

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE MARNE LA VALLÉE

Discipline : ÉLECTRONIQUE

présentée par

Frédéric PETIT

MODÉLISATION ET SIMULATION D'UNE CHAMBRE
RÉVERBÉRANTE À BRASSAGE DE MODES À L'AIDE
DE LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES
DANS LE DOMAINE TEMPOREL

soutenue le 10 Décembre 2002 devant le jury composé de :

- | | |
|-------------|---|
| B. DÉMOULIN | Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille (Président et Rapporteur) |
| M. HÉLIER | Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie (Rapporteur) |
| J. WIART | Ingénieur à France Télécom R&D |
| P. BESNIER | Chargé de recherche au CNRS à l'IETR-INSA de Rennes |
| O. PICON | Professeur à l'Université de Marne la Vallée (Directeur de thèse) |
| É. RICHALOT | Maître de conférence à l'Université de Marne la Vallée |
| S. MENGUÉ | Maître de conférence à l'Université de Marne la Vallée |

Résumé

Le développement des moyens de communications par l'intermédiaire des ondes électromagnétiques connaît une croissance sans précédent depuis quelques années, grâce notamment au développement de la téléphonie mobile. La chambre réverbérante est un moyen d'essais qui permet d'étudier l'influence de ces ondes électromagnétiques sur un appareil électronique particulier. Cependant, le fonctionnement d'une chambre réverbérante étant complexe, il est primordial de procéder à des simulations afin de déterminer quels sont les paramètres cruciaux entrant en jeu.

Le travail de cette thèse consiste à modéliser et à simuler le fonctionnement d'une chambre réverbérante à l'aide de la méthode des différences finies dans le domaine temporel. Après une brève étude portant sur quelques résultats de mesures de champ et de puissances effectuées dans une chambre réverbérante, le chapitre 2 aborde les différents problèmes liés à la modélisation de la chambre. La notion de pertes étant déterminante pour évaluer le fonctionnement d'une chambre réverbérante, deux méthodes implémentant ces pertes sont aussi exposées dans ce chapitre. L'étude menée dans le chapitre 3 consiste à analyser l'influence du brasseur sur les premiers modes propres de la chambre, ceux-ci pouvant être décalés de plusieurs MHz. Le chapitre 4 présente des résultats de simulations en hautes fréquences comparés à des résultats statistiques théoriques. Le cas de la présence d'un objet au sein de la chambre pouvant perturber le champ est aussi abordé. Enfin, le chapitre 5 montre une comparaison des résultats statistiques dans le cas où l'on considère plusieurs formes de brasseurs.

Mots-clé : compatibilité électromagnétique, FDTD, dispersion numérique, fréquences de résonance, recouvrement de modes, brassage de modes, facteur de qualité Q , critères et tests statistiques

Abstract

Since the last few years, the unprecedented growth of communication systems involving the propagation of electromagnetic waves is particularly due to developments in mobile phone technology. The reverberation chamber is a reliable bench-test, enabling the study of the effects of electromagnetic waves on a specific electronic appliance. However, the operating of a reverberation chamber being rather complicated, development of numerical models are of utmost importance to determine the crucial parameters to be considered.

This thesis consists in the modelling and the simulation of the operating principles of a reverberation chamber by means of the Finite-Difference Time-Domain method. After a brief study based on field and power measurements performed in a reverberation chamber, the second chapter deals with the different problems encountered during the modelling. The consideration of losses being a very important factor in the operating of the chamber, two methods of implementation of these losses are set out in this chapter. Chapter 3 consists in the analysis of the influence of the stirrer on the first eigenmodes of the chamber; the latter modes can undergo a frequency shift of several MHz. Chapter 4 shows a comparison of results issued from high frequency simulations and theoretical statistical results. The problem of an object placed in the chamber, resulting in a field disturbance is also tackled. Finally, in the fifth chapter, a comparison of statistical results for stirrers having different shapes is set out.

Remerciements

Je remercie Madame le Professeur Odile Picon, responsable de la formation Systèmes de Communication Hautes Fréquences de l'Université de Marne la Vallée, de m'avoir accueilli dans le laboratoire Systèmes de Communication afin d'y effectuer ce travail de thèse. Ces remerciements sont aussi adressés à Élodie Richalot et Stéphanie Mengué, maîtres de conférence à l'Université de Marne la Vallée, qui ont contribué, chacune à leur façon, au bon déroulement de ce travail.

Je prie Monsieur le Professeur Bernard Démoulin de l'Université des Sciences et Technologies de Lille de bien vouloir accepter mes sincères remerciements pour m'avoir fait l'honneur de juger ce travail en tant que rapporteur et pour avoir assuré la présidence du jury de soutenance. Que Monsieur le Professeur Marc Hélier de l'Université de Paris 6 soit aussi remercié d'avoir accepté d'être rapporteur de cette thèse.

Je remercie Monsieur Joe Wiart, Ingénieur à France Télécom R&D, de m'avoir apporté ses connaissances dans le domaine de la CEM et ses conseils judicieux lors des différentes réunions de travail. Que Monsieur Philippe Besnier, chargé de recherches CNRS de l'INSA de Rennes trouve ici l'expression de toute ma gratitude. Travailler à ses côtés dans le cadre des mesures effectuées au CERPEM a été riche d'enseignement, tant sur le plan scientifique que sur le plan humain. Que Gwenola Chemin et Luc Baudoin soient aussi remerciés pour l'accueil et l'aide constante qu'ils m'ont apportés pendant ces campagnes de mesures.

Je tiens aussi à remercier, outre l'ensemble des doctorants du laboratoire, trois personnes en particulier qui ont eu un rôle déterminant dans le déroulement de cette thèse : Alexandre Richardson, Cyril Humbert et Gérard Orjubin. Leur capacité d'écoute, leur culture scientifique, leurs critiques constructives ont été d'une aide précieuse. Qu'ils sachent ici combien je leur suis redevable.

Je remercie le Centre de Ressources Informatiques de l'Université de Marne la Vallée, et particulièrement Patrice Hérault, pour le soutien logistique et moral qu'ils ont su me montrer tout au long de cette thèse.

Enfin, pour terminer, et ce n'est pas le moindre des remerciements, puisqu'il s'agit des remerciements qui me tiennent le plus à cœur, je tiens à remercier spécialement ceux sans qui tout cela n'aurait pas été possible, ceux qui m'ont toujours soutenu pendant toutes ces années d'études. Je dédie cette thèse à mes parents.

Table des matières

Introduction générale	1
1 Mesures en chambre réverbérante	4
Introduction	4
1.1 Propriétés sur la puissance	6
1.1.1 Mesures de puissances avec les antennes de référence	6
1.1.2 Mesures de puissances avec l'antenne fouet	7
1.2 Propriétés sur les valeurs de champ	7
1.2.1 Principe des mesures	8
1.2.2 Résultats	9
2 Modélisation de la chambre réverbérante à brassage de modes	13
Introduction	13
2.1 Discrétisation des équations de Maxwell par la méthode FDTD	14
2.2 Modélisation du brasseur après rotation	17
2.2.1 Utilisation d'un maillage non uniforme contenant des cellules cubiques dans un volume englobant le brasseur	18
2.2.2 Rotation du brasseur : méthode des octants	19
2.2.3 Problème lié à la méthode de discrétisation d'un objet en rotation	20
2.3 Problèmes liés à la TFD et à la FDTD	22
2.3.1 Résolution fréquentielle et recouvrement	22
2.3.2 Dispersion numérique et fréquence de coupure associée au maillage	33
2.4 Prise en compte des pertes dans la chambre	45
2.4.1 Méthode des pertes simulées : conductivité finie des parois de la chambre	45
2.4.2 Méthode des pertes modélisées : facteur de qualité Q de la chambre	52
2.4.3 Comparaison des deux méthodes de pertes	57
Conclusion	60
3 Étude modale	62
Introduction	62
3.1 Résultats des simulations en basses fréquences	62
3.1.1 Caractérisation des modes propres de la chambre sans brasseur	63

3.1.2	Décalage fréquentiel des fréquences de résonance dû à la rotation du brasseur	65
3.2	Résultats des mesures de puissances en basses fréquences	78
3.3	Influence du brasseur en hautes fréquences	80
	Conclusion	85
4	Étude statistique	87
	Introduction	87
4.1	Protocole des simulations en hautes fréquences	88
4.2	Critères statistiques	90
4.2.1	Critère sur la puissance issue des simulations	91
4.2.2	Critère sur les écarts-types des valeurs de champ issues des simulations	92
4.2.3	Critères sur les lois de probabilité des valeurs de champ	93
4.3	Problèmes liés à la modélisation de la chambre	103
4.3.1	Nombre d'orientations prises par le brasseur	103
4.3.2	Résultats statistiques obtenus avec les pertes numériques	117
4.3.3	Résultats statistiques obtenus avec la méthode des pertes simulées	122
4.3.4	Résultats statistiques obtenus avec la méthode des pertes modélisées	127
4.4	Influence d'un objet dans la chambre	132
4.4.1	Résultats sur le rapport des puissances avec l'objet	134
4.4.2	Résultats sur les écarts-types des valeurs de champ avec l'objet	135
4.4.3	Résultats sur la distribution des valeurs de champ avec l'objet	135
	Conclusion	138
5	Optimisation	140
	Introduction	140
5.1	Rapports de puissances	141
5.2	Évolution du TRKS en fonction de la fréquence	142
5.3	Évolution de la variance en fonction de la fréquence	144
	Conclusion	145
	Conclusion générale	147
A	Résolution des équations de Maxwell dans une cavité parallélépipédique rectangulaire vide	153
B	Fréquence de coupure du maillage FDTD	156
	Bibliographie	158

Table des figures

1.1	Chambre réverbérante du CERPEM	5
1.2	Spectres de puissances mesurées avec les antennes de référence	7
1.3	Spectres de puissances mesurées avec l'antenne fouet en réception	8
1.4	Localisation des 9 points du volume de travail pour les mesures de champ	9
1.5	Rapports max/min des valeurs de champ sur les 9 points de mesures	11
2.1	Cellule de Yee	15
2.2	Volume de cellules cubiques englobant le brasseur	18
2.3	Méthode des octants et remplissage du brasseur	20
2.4	Influence de la discontinuité du brasseur ³ sur les fréquences de résonance	21
2.5	Influence de la taille des cellules sur l'évolution fréquentielle d'un mode	21
2.6	Exemple simple de recouvrement de raies, avec l'utilisation d'une fenêtre rectangulaire	23
2.7	Amplitude des raies en basses fréquences : recouvrement de modes faible pour $d_f = 200$ kHz (signal analytique)	24
2.8	Influence du recouvrement sur l'amplitude des raies en hautes fréquences en fonction de la durée d'observation T_{max} (signal analytique)	25
2.9	Densité de modes théorique en fonction de la fréquence	26
2.10	Condition sur d_f pour obtenir un recouvrement nul à 3 GHz	26
2.11	Influence du recouvrement sur l'amplitude des raies en hautes fréquences en fonction de la durée d'observation T_{max} (simulation)	27
2.12	Amplitude des raies de résonance autour de 400 MHz pour différentes largeurs de fenêtres temporelles (chambre sans brasseur)	28
2.13	Amplitude des raies de résonance autour de 1 GHz pour différentes largeurs de fenêtres temporelles (chambre sans brasseur)	29
2.14	Recouvrement de modes à 394 MHz pour $T_{max} = 5 \mu\text{s}$	30
2.15	Recouvrement de modes à 394 MHz pour $T_{max} = 20 \mu\text{s}$	30
2.16	Cartographies de champ analytiques (composante E_x) : superposition des modes TE/TM ₁₆₃ et TE/TM ₄₄₅ de fréquences proches	31
2.17	Recouvrement de modes à 1 GHz pour $T_{max} = 5 \mu\text{s}$	32
2.18	Recouvrement de modes à 1 GHz pour $T_{max} = 20 \mu\text{s}$	32
2.19	Évolution de la vitesse de phase numérique dans une cavité en fonction de la fréquence, pour différents maillages uniformes constitués de cellules cubiques	35

2.20	Évolution de la vitesse de phase en fonction de la fréquence, schéma d'ordre 2 en espace et en temps	37
2.21	Évolution de la densité de modes en fonction de la fréquence avec prise en compte de la dispersion numérique	38
2.22	Évolution de l'amplitude des raies sur le spectre entier	39
2.23	Évolution de la vitesse de phase en fonction de la fréquence, schéma d'ordre 4 en espace et en temps	40
2.24	Spectre du champ simulé pour deux maillages différents	41
2.25	Influence du pas de temps d_t sur la fréquence de coupure	42
2.26	Évolution de la vitesse de phase en fonction de la fréquence pour $d_t = 1/2 d_t^{opt}$	42
2.27	Comparaison du décalage fréquentiel entre un maillage uniforme et un maillage non uniforme par rapport aux fréquences théoriques sans dispersion	44
2.28	Calcul du champ sur les parois avec l'implémentation de la conductivité	47
2.29	Calcul du champ à l'intersection de deux parois	48
2.30	Influence de la conductivité sur la forme des raies ($T_{max} = 80 \mu s$)	50
2.31	Influence de la conductivité sur la forme des raies ($T_{max} = 5 \mu s$)	50
2.32	Influence de la conductivité finie sur l'enveloppe du signal temporel	51
2.33	Circuit RLC série	53
2.34	Fonction de transfert $ H_Q(f) $ et son approximation $ H_Q^1(f) $	57
2.35	Évolution du facteur de qualité Q en fonction de σ_F	58
2.36	Comparaison des deux méthodes de pertes autour d'une fréquence et sur une bande étroite	59
2.37	Comparaison des deux méthodes de pertes : atténuation du signal temporel	59
3.1	Aperçu des différents brasseurs modélisés	66
3.2	Cartographies du mode TE_{101} à 68,62 MHz	68
3.3	Cartographies du mode TM_{110} à 77,42 MHz	68
3.4	Cartographies du mode TE_{011} à 77,73 MHz	68
3.5	Balayages fréquentiels sur la bande 45-80 MHz en fonction de l'orientation des différents brasseurs modélisés	69
3.6	Variations des fréquences de résonance des trois modes présents dans la bande 45-80 MHz en fonction de l'orientation des différents brasseurs modélisés	72
3.7	Cartographies du mode TE_{111} à 91,5 MHz	73
3.8	Cartographies du mode TM_{111} à 91,5 MHz	73
3.9	Balayages fréquentiels sur la bande 80-96 MHz en fonction de l'orientation des différents brasseurs modélisés	74
3.10	Cartographies du mode à 88,43 MHz, brasseur plan à 0°	75
3.11	Cartographies du mode à 93,48 MHz, brasseur plan à 90°	76
3.12	Variations des fréquences de résonance des trois modes présents dans la bande 80-96 MHz en fonction de l'orientation des différents brasseurs modélisés	77
3.13	Position de référence du brasseur du CERPEM dans la chambre	78
3.14	Balayages fréquentiels sur la bande 55-80 MHz en fonction de l'orientation du brasseur (mesures de puissances)	79

3.15	Balayages fréquentiels sur la bande 80-95 MHz en fonction de l'orientation du brasseur (mesures de puissances)	80
3.16	Amplitude des raies de résonance autour de 400 MHz pour différentes largeurs de fenêtres temporelles (chambre avec brasseur)	81
3.17	Amplitude des raies de résonance autour de 1 GHz pour différentes largeurs de fenêtres temporelles (chambre avec brasseur)	81
3.18	Cartographies du mode TE/TM _{1 1 8}	83
3.19	Mode à 396 MHz peu perturbé sur la composante E _x par la présence du brasseur (T _{max} = 5 μs)	83
3.20	Mode à 396 MHz perturbé sur la composante E _y par la présence du brasseur (T _{max} = 5 μs)	84
3.21	Mode à 396 MHz perturbé sur la composante E _y par la présence du brasseur (T _{max} = 20 μs)	85
4.1	Rapport de puissances, sur le volume de travail, chambre sans brasseur	91
4.2	Rapport de puissances, sur le volume de travail, pour 72 positions du brasseur	92
4.3	Spectre et distribution du champ complexe à 400 MHz (72 positions)	97
4.4	Spectre et distribution du champ complexe à 1 GHz (72 positions)	98
4.5	Spectre et distribution de la phase du champ à 400 MHz (72 positions)	99
4.6	Spectre et distribution de la phase du champ à 1 GHz (72 positions)	99
4.7	Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz (72 positions)	100
4.8	Spectre et distribution du module du champ à 1 GHz (72 positions)	100
4.9	Spectre et distribution du module du champ au carré à 400 MHz (72 positions)	102
4.10	Spectre et distribution du module du champ au carré à 1 GHz (72 positions)	102
4.11	Coefficient de corrélation à 400 MHz (72 positions)	104
4.12	Coefficient de corrélation à 1 GHz (72 positions)	105
4.13	Coefficient de corrélation à 400 MHz (240 positions)	105
4.14	Coefficient de corrélation à 1 GHz (240 positions)	106
4.15	Rapport de puissances, sur le volume de travail pour 240 positions du brasseur	107
4.16	Enveloppe du champ à 400 MHz, sur un tour de brasseur	108
4.17	Enveloppe du champ à 1 GHz, sur un tour de brasseur	109
4.18	Fonctions de répartition du champ complexe à 400 MHz (120 positions)	110
4.19	Fonctions de répartition du champ complexe à 1 GHz (240 positions)	110
4.20	Fonctions de répartition de la phase du champ à 400 MHz (120 positions)	111
4.21	Fonctions de répartition de la phase du champ à 1 GHz (240 positions)	112
4.22	Fonctions de répartition du module du champ à 400 MHz (120 positions)	113
4.23	Fonctions de répartition du module du champ à 1 GHz (240 positions)	113
4.24	Fonctions de répartition du module du champ au carré à 400 MHz (120 positions)	114
4.25	Fonctions de répartition du module du champ au carré à 1 GHz (240 positions)	115
4.26	Fonctions de corrélations spatiales à 400 MHz	116
4.27	Fonctions de corrélations spatiales à 1 GHz	116
4.28	Largeur à -3 dB d'une raie de résonance pour une durée d'observation T _{max}	118
4.29	Rapport de puissances, sur le volume de travail pour T _{max} = 0,625 μs	119

4.30	Angle de corrélation pour $T_{max} = 0,625 \mu s$	120
4.31	Spectre et distribution du champ complexe à 400 MHz ($T_{max} = 0,625 \mu s$)	121
4.32	Spectre et distribution du champ complexe à 1 GHz ($T_{max} = 0,625 \mu s$)	122
4.33	Spectre et distribution de la phase du champ à 400 MHz ($T_{max} = 0,625 \mu s$)	123
4.34	Spectre et distribution de la phase du champ à 1 GHz ($T_{max} = 0,625 \mu s$)	124
4.35	Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz ($T_{max} = 0,625 \mu s$)	124
4.36	Spectre et distribution du module du champ à 1 GHz ($T_{max} = 0,625 \mu s$)	125
4.37	Spectre et distribution du champ complexe à 400 MHz ($\sigma_F = 200 S \cdot m^{-1}$)	125
4.38	Spectre et distribution de la phase du champ à 400 MHz ($\sigma_F = 200 S \cdot m^{-1}$)	126
4.39	Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz ($\sigma_F = 200 S \cdot m^{-1}$)	126
4.40	Spectre et distribution du module du champ au carré à 400 MHz ($\sigma_F = 200 S \cdot m^{-1}$)	127
4.41	Angle de corrélation pour $Q = 1000$	128
4.42	Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz ($Q = 1000$)	129
4.43	Spectre et distribution du module du champ à 1 GHz ($Q = 1000$)	130
4.44	Comparaison de la forme des raies entre pertes modélisées et pertes numériques	131
4.45	Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz ($Q = 600$)	131
4.46	Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz ($T_{max} = 1,25 \mu s$)	132
4.47	Évolution du TRKS sur le module du champ en fonction de la fréquence ($Q = 1000$)	133
4.48	Objet métallique placé dans la chambre	133
4.49	Rapport de puissances avec l'objet, sur le volume de travail	134
4.50	Spectre et distribution du champ complexe à 400 MHz avec l'objet	136
4.51	Spectre et distribution du champ complexe à 1 GHz avec l'objet	136
4.52	Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz avec l'objet	137
4.53	Spectre et distribution du module du champ à 1 GHz avec l'objet	137
4.54	Comparaison de l'évolution du TRKS avec et sans objet	138
5.1	Rapport des puissances maximales sur les puissances moyennées, sur le volume de travail, pour les quatre brasseurs modélisés	141
5.2	Évolution du TRKS sur le module du champ pour les quatre brasseurs modélisés	143
5.3	Évolution de l'écart-type des variances pour les quatre brasseurs modélisés	144

Liste des tableaux

1.1	Répartition des valeurs min et max sur le volume de travail	10
1.2	Répartition des valeurs min et max sur le volume de travail pour la deuxième mesure	10
1.3	Écarts sur le point P_5 de la deuxième mesure par rapport à la première	10
1.4	Rapports des valeurs de champ à 1 GHz	12
4.1	Propriétés statistiques du champ à 400 MHz (72 positions)	93
4.2	Propriétés statistiques du champ à 1 GHz (72 positions)	94
4.3	Paramètres statistiques des lois normales à 1 GHz (72 positions)	98
4.4	Réussite au test de KS sur le volume de travail sur le module du champ à 1 GHz (72 positions)	101
4.5	Propriétés statistiques du champ à 400 MHz (120 positions)	107
4.6	Propriétés statistiques du champ à 1 GHz (240 positions)	108
4.7	Paramètres statistiques des lois normales à 1 GHz (240 positions)	111
4.8	Réussite au test de KS sur le volume de travail sur le module du champ à 1 GHz (240 positions)	114
4.9	Propriétés statistiques du champ à 400 MHz (40 positions, $T_{max} = 0,625 \mu s$)	120
4.10	Propriétés statistiques du champ à 1 GHz, (120 positions, $T_{max} = 0,625 \mu s$)	120
4.11	Propriétés statistiques du champ à 400 MHz ($\sigma_F = 200 S \cdot m^{-1}$)	123
4.12	Propriétés statistiques du champ à 400 MHz ($Q = 1000$)	128
4.13	Propriétés statistiques du champ à 1 GHz ($Q = 1000$)	129
4.14	Propriétés statistiques du champ à 400 MHz avec l'objet	135
4.15	Propriétés statistiques du champ à 1 GHz avec l'objet	135

Introduction générale

Depuis quelques années, l'utilisation des ondes électromagnétiques (EM) comme moyen de communication connaît un essor sans précédent. Ainsi, le nombre de téléphones mobiles a-t-il dépassé le nombre de téléphones fixes en France.

La conséquence de l'explosion de ces moyens de « communication sans fil » est une pollution de l'environnement par un spectre large d'ondes EM. Dans ces conditions, les appareils électroniques étant soumis à des perturbations diverses en termes de fréquences et de puissances, il est primordial d'analyser le champ EM dans lequel ils baignent. On réalise alors un blindage *ad hoc* qui a pour but d'éviter que la perturbation EM n'interagisse avec l'électronique, provoquant ainsi une panne ou un dysfonctionnement de l'appareil.

La compatibilité électromagnétique (CEM) est un des domaines de l'électronique qui analyse ces phénomènes. À cet effet, on pratique, en particulier, deux types de mesures pour étudier ces interactions : les mesures d'immunité et les mesures de susceptibilité [31]. Le premier est directement lié à la notion de blindage. On illumine l'équipement sous test (EST) par une onde EM de puissance déterminée et on analyse les valeurs de champ au niveau de l'EST, celles-ci ne devant pas dépasser une valeur seuil fixée. On peut aussi étudier le rayonnement émis par l'EST, reçu par les antennes de la chambre. On procède alors à ce que l'on appelle des mesures d'immunité rayonnée [20]. Le deuxième type de mesures s'intéresse à la puissance nécessaire à émettre pour perturber un composant électronique logique, c'est-à-dire le faire passer de l'état 0 à l'état 1 par exemple. La CEM dispose pour cela de différents outils. Pour être bref, on peut citer deux moyens d'essais les plus répandus : la chambre anéchoïque et la chambre réverbérante.

La chambre anéchoïque est le moyen d'essais le plus ancien des deux. On la compare souvent à ce que l'on appelle en acoustique, une « chambre sourde ». Les murs de cette chambre sont tapissés d'éléments absorbant les ondes EM, qui évitent à l'EST illuminé par l'onde incidente d'être perturbé par les réflexions parasites dues aux parois. L'EST n'est ainsi soumis qu'au rayonnement de l'émetteur. Le principe des mesures que l'on pratique en chambre anéchoïque consiste à émettre une onde plane polarisée en direction de l'EST et à y relever les valeurs de champ. Dans ce contexte, afin d'envisager, sinon toutes, un certain nombre de configurations possibles, il est nécessaire de changer l'orientation de l'EST, afin que chacune de ses faces soit soumise au rayonnement incident, et la polarisation de l'onde incidente. L'intérêt de ce moyen d'essais est que le champ est complètement déterminé au niveau de l'EST.

Le principe de fonctionnement de la chambre réverbérante est radicalement opposé à celui de la chambre anéchoïque. Celui-ci est connu depuis la fin des années 60 mais n'a connu un réel essor que depuis le début des années 90, notamment aux États-Unis. On cherche en effet à obtenir

avec ce moyen d'essais un champ à la fois homogène et isotrope dans un volume déterminé de la chambre, que l'on appelle volume de travail. Dans une certaine limite, une mesure de champ est ainsi indépendante de l'endroit où elle est effectuée et de son orientation. L'EST baignant alors dans un environnement électromagnétique homogène, il n'est plus nécessaire de l'éclairer sous toute ses faces. La durée des mesures est donc réduite. De plus, le champ étant isotrope, il n'a plus de polarisation particulière. L'EST est donc illuminé sous toutes les polarisations possibles, sans avoir à changer le protocole de mesures. Enfin, à niveau de champ égal pour les deux moyens d'essais, la puissance nécessaire à introduire dans l'enceinte est moindre en chambre réverbérante. Présentés sous cette forme, on conçoit bien les avantages qu'apporte l'utilisation d'une chambre réverbérante par rapport à une chambre anéchoïque [11, 49]. Le sujet de cette thèse concerne donc la modélisation et la simulation d'une telle chambre. En particulier, ce sujet avait pour but d'étudier le fonctionnement d'une petite chambre réverbérante dont on pourrait envisager l'utilisation pour tester l'immunité d'appareils médicaux aux radiofréquences. Une petite chambre a donc été réalisée pour effectuer des mesures. Cependant, n'ayant pas été opérationnelle pendant cette thèse, les résultats sont basés sur la chambre du CERPEM de plus grandes dimensions. Cela n'enlève rien à la méthodologie mise au point. En effet, connaissant le facteur d'échelle entre les deux chambres, on peut tout à fait transposer les résultats présentés dans ce travail sur une chambre plus petite, c'est-à-dire dans une bande de fréquences plus élevées.

Nous commencerons par présenter dans ce rapport des résultats que nous avons obtenus lors de campagnes de mesures effectuées au CERPEM, au début de cette thèse. Nous avons ainsi pu vérifier certaines propriétés sur la puissance relevée sur une large gamme de fréquences, de 10 MHz et 1 GHz et sur les valeurs de champ électrique, pour cinq fréquences comprises entre 100 MHz et 1 GHz.

Le chapitre 2 traite essentiellement du problème de la modélisation d'une chambre réverbérante, de mêmes dimensions que celle du CERPEM, par la méthode des différences finies dans le domaine temporel, plus connue sous la dénomination anglo-saxonne de « Finite-Difference Time-Domain » (FDTD), à partir d'un code numérique que nous avons entièrement développé. Nous nous attacherons en particulier, après un bref rappel des principes de base de la FDTD, à décrire la méthode utilisée pour discrétiser et modéliser la rotation du brasseur de modes. Il nous a ensuite paru important d'analyser les différents types d'erreurs numériques pouvant entacher les résultats de simulations. Aussi y consacrons-nous une part importante dans ce chapitre. Enfin, pour terminer cette présentation de la méthode numérique utilisée, nous aborderons le problème de la prise en compte des pertes au sein de la chambre, que nous avons résolu en considérant deux méthodes différentes.

L'une des difficultés actuelles posées par les chambres réverbérantes à brassage de modes est d'abaisser la fréquence minimale d'utilisation (« Lowest Useable Frequency » ou LUF), pour un volume fixé de la chambre. En effet, on a de bonnes raisons d'espérer obtenir un champ plus homogène à une certaine fréquence, lorsque la LUF est abaissée par rapport à sa valeur communément admise, évaluée à partir de différents critères. De plus, de nombreux phénomènes électromagnétiques se produisent à des fréquences relativement basses pour les chambres réverbérantes, pour lesquelles le champ obtenu ne peut pas être considéré comme statistiquement homogène. Une étude sur les premières fréquences de résonances et sur la manière dont elles sont influencées par le brasseur au cours d'une rotation est donc intéressante. Traitée dans le

chapitre 3, cette étude nous permettra de confronter les résultats de simulations aux résultats de mesures de puissances effectuées dans la chambre du CERPEM. Notons que l'approche utilisée ici est déterministe, étant donné que la bande de fréquences étudiée, que nous qualifierons de « basses fréquences »¹, est comprise entre 50 et une centaine de MHz. Une tentative d'étude modale à 400 MHz présentée à la fin de ce chapitre nous amènera à conclure qu'une approche statistique devient nécessaire à partir de cette fréquence.

Nous présenterons donc dans le chapitre 4, une étude statistique des résultats de simulations en « hautes fréquences », c'est-à-dire à partir de 400 MHz, en nous basant sur différents critères statistiques. Le premier critère évalue le rapport des puissances, maximales et moyennées, considérées sur un tour de brasseur par rapport à une valeur empirique. Le deuxième critère compare les écarts-types des valeurs de champ maximales par rapport à une valeur fixée par la norme IEC-61000-4-21. Le troisième critère donne une estimation de la distribution des valeurs de champ (complexe, phase, module) et les compare aux lois théoriques à l'aide d'un test statistique. Les différents résultats obtenus nous ont amené à évaluer l'influence de divers paramètres qui n'étaient pas, à l'origine, pris en compte dans les simulations. Enfin, nous concluons ce chapitre par une application directe du fonctionnement de la chambre réverbérante, puisque nous présentons une brève étude de l'influence de la présence d'un objet métallique dans la chambre, de taille relativement importante, sur les différents critères statistiques présentés auparavant.

Le chapitre 5 est en quelque sorte un aboutissement du chapitre 3 sur l'étude modale et du chapitre 4 sur les études statistiques. En effet, on a présenté dans le chapitre 3 l'influence des différents brasseurs modélisés sur les fréquences de résonances des premiers modes de la chambre. On étudie dans ce chapitre l'influence de ces brasseurs sur les résultats statistiques en hautes fréquences, à l'aide des critères présentés dans le chapitre précédent. Cette comparaison des brasseurs est donc une première approche de l'optimisation du brassage.

1. Le choix que nous avons fait pour discerner les parties basses et hautes fréquences est justifié dans la section 3.3

Chapitre 1

Mesures en chambre réverbérante

Introduction

Une chambre réverbérante est une cage, ou cavité, de Faraday, dans laquelle ne peuvent subsister que des ondes stationnaires, imposées par les conditions aux limites des parois métalliques de la chambre. Dans ce cas, les ondes stationnaires, ou modes propres de la chambre, sont caractérisées par des fréquences propres discrètes, qui dépendent des dimensions de la chambre. La densité de modes augmentant avec la fréquence (équation (A.15)), le champ devient, au-delà d'une certaine fréquence, relativement homogène et isotrope, grâce notamment à sa structure qui devient complexe en hautes fréquences. La chambre est alors qualifiée de « surdimensionnée » par rapport aux longueurs d'ondes. De plus, la chambre n'étant pas parfaite, les pertes au sein de la chambre (pertes par effet Joule dues à la conductivité finie des parois, charge des antennes présentes dans la chambre, puissance absorbée par l'équipement sous test) élargissent les raies de résonance, ce qui a pour effet de provoquer un recouvrement entre modes. À fréquence élevée, un certain nombre de modes pourront ainsi être excités, augmentant l'homogénéité du champ.

Ceci dit, vu sous cet angle, cette homogénéité ne peut être obtenue qu'à partir d'une certaine fréquence, qui est assez élevée en général (plusieurs GHz), déterminée par les dimensions de la chambre. Le problème qui se pose alors est que cette fréquence ne correspondant pas forcément aux fréquences pour lesquelles on désire étudier le comportement de l'EST, il est souhaitable de la diminuer et d'élargir ainsi la bande de fréquences sur laquelle le champ pourra être considéré comme homogène et isotrope. Un des moyens les plus couramment utilisés pour répondre au problème est le brassage de modes mécanique.

En introduisant un brasseur de modes en rotation à l'intérieur de la chambre, les conditions aux limites sont modifiées continuellement, perturbant, voire détruisant, ainsi la répartition spatiale des modes propres de la chambre. De plus, la présence de ce brasseur ayant pour effet de décaler les fréquences de résonance en fonction de son orientation, un grand nombre de modes peuvent être potentiellement excités. On conçoit que dans ce cas, les conditions aux limites étant sujettes à d'importantes fluctuations, il n'est plus possible de mener une étude déterministe du comportement du champ : une étude statistique s'impose. On montre alors que le champ électromagnétique devient statistiquement homogène et isotrope sur un tour de brasseur, pourvu que

la densité de modes soit importante, c'est-à-dire au-delà d'une certaine fréquence. Mais celle-ci est alors beaucoup plus faible que la fréquence minimale nécessaire à l'obtention d'un champ homogène en absence de brasseur.

Notons qu'il existe d'autres méthodes que le brassage mécanique pour obtenir un champ statistiquement homogène. En particulier, l'une d'elles consiste à balayer une certaine bande de fréquences, tout en gardant la même géométrie de la chambre, que l'on appelle le brassage électronique [19, 31]. Enfin, une méthode originale utilise des murs vibrants pour modifier les conditions aux limites [35].

L'intensité du champ électromagnétique à l'intérieur de la chambre est un paramètre essentiel en CEM. En effet, l'étude de l'efficacité de blindage d'un objet sous test nécessite de connaître de manière assez précise l'environnement électromagnétique dans lequel il est plongé. La détermination d'un volume, appelé « volume de travail », dans lequel le champ doit être statistiquement homogène est donc primordiale.

Le CERPEM utilise la méthode du brassage mécanique pour sa chambre réverbérante. La distribution spatiale des modes propres est perturbée par le brasseur en rotation, fixé au plafond, à une hauteur de 2,20 m du sol (figure 1.1). En hautes fréquences, le champ est alors statistiquement homogène et isotrope sur un tour de brasseur.

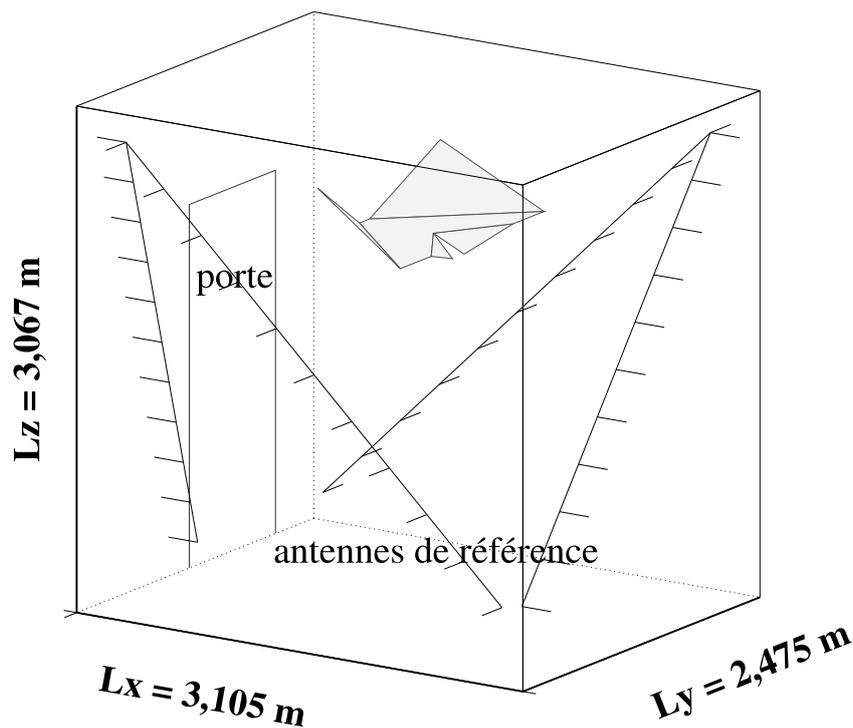


FIG. 1.1 – *Chambre réverbérante du CERPEM*

Pour caractériser le bon fonctionnement d'une chambre, c'est-à-dire la capacité du brasseur de modes à homogénéiser le champ électromagnétique, une des méthodes consiste à évaluer certaines propriétés sur la puissance mesurée sur une ou plusieurs rotations du brasseur.

1.1 Propriétés sur la puissance

Dans le cas où le champ est statistiquement homogène, on montre [10] que le rapport de la puissance maximale sur la puissance moyenne, considérées sur un tour de brasseur, doit être compris entre 7 et 8 dB.

Pour déterminer dans quelle bande de fréquences le brasseur de modes est efficace, on étudie la courbe représentant le rapport de la puissance maximale sur la puissance moyenne en fonction de la fréquence.

Pour effectuer les mesures de puissance, nous avons suivi le protocole suivant :

- par l’intermédiaire d’une des antennes fixées sur les parois de la chambre, le générateur HF introduit dans la chambre une puissance d’entrée de 8 dBm à une fréquence fixée, pendant 10 secondes, ce qui correspond à la période de rotation du brasseur ;
- durant ce laps de temps, l’analyseur de spectre connecté à l’autre antenne fixée aux murs de la chambre, récupère toutes les 20 ms (soit 500 relevés sur un tour de brasseur), la tension liée au courant induit sur l’antenne par le champ électromagnétique ambiant ;
- ces relevés sont envoyés vers un micro-ordinateur qui se charge de calculer la moyenne de la puissance et de stocker les données afin d’être exploitées ultérieurement ;
- le générateur HF passe ensuite à la fréquence suivante, et les mesures recommencent. Le rôle du micro-ordinateur est aussi de piloter le générateur HF et de synchroniser l’analyseur de spectre dessus. On balaie ainsi toute la gamme de fréquences de 10 MHz à 1 GHz.

Nous avons utilisé dans un premier temps les deux antennes fixées aux parois de la chambre. Elles permettent de valider le fonctionnement de la chambre réverbérante conformément aux normes en CEM. Ces antennes sont appelées antennes de référence par la suite.

1.1.1 Mesures de puissances avec les antennes de référence

La figure 1.2 page suivante est typique du bon fonctionnement d’une chambre réverbérante. On peut y remarquer trois parties distinctes.

Dans la première partie du spectre (≤ 70 MHz), aucun signal ne pouvant se propager dans la bande de fréquences inférieure à la fréquence du mode fondamental f_0 (environ 70 MHz), le rapport des puissances devrait être nul. Cependant, une raie apparaît aux alentours de 30 MHz. Cette résonance est due à l’antenne de référence, dont la longueur est de 5 m.

Dans la deuxième partie (inférieure à 300 MHz, ou comprise entre f_0 et $4 f_0$), le profil est assez chahuté. En effet, le brasseur ne perturbe pas suffisamment le champ pour que les fréquences de résonance, trop éloignées les unes des autres, se recouvrent. Le rapport des puissances est compris entre 10 et 15 dB.

Pour les plus hautes fréquences (au-delà de $4 f_0$), on peut remarquer que le rapport des puissances tend vers 8/9 dB. Comme le rôle du brasseur est primordial dans l’obtention d’un champ homogène au sein d’une chambre réverbérante, on évalue l’efficacité du brasseur par rapport à cette valeur.

Les mesures de puissance n’étant pas locales, de part la nature même des antennes, nous allons vérifier que ces mesures sont indépendantes d’une part, de l’endroit où elles sont effectuées,

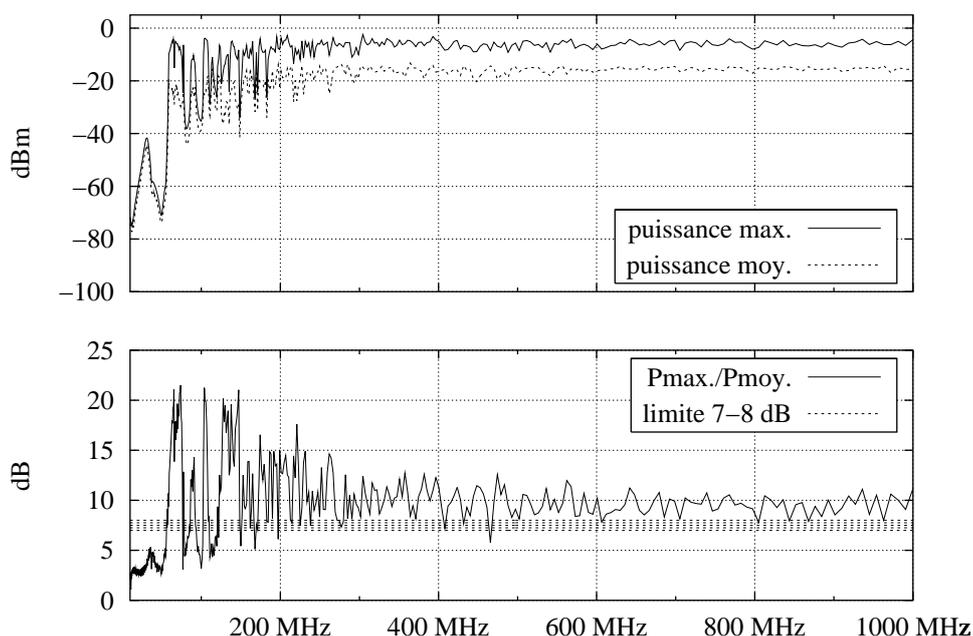


FIG. 1.2 – Spectres de puissances mesurées avec les antennes de référence

et d'autre part, du type d'antenne utilisé [20]. En l'occurrence, nous allons comparer les résultats précédents (antennes filaires) avec ceux obtenus avec une antenne fouet utilisée en réception.

1.1.2 Mesures de puissances avec l'antenne fouet

D'après la figure 1.3 page suivante, nous obtenons le même profil que dans le cas des mesures effectuées avec les antennes de référence. Mais les mesures semblent plus perturbées. En effet, la relative petite taille de cette antenne (75 cm) implique qu'elle est moins bien adaptée que l'antenne filaire (5 m), donc moins efficace, dans cette bande de fréquences.

1.2 Propriétés sur les valeurs de champ

Comme précisé en introduction, on définit, dans le cadre des mesures effectuées en chambre réverbérante, un « volume de travail » qui doit répondre à un critère d'homogénéité.

Les grandeurs observées étant sujettes à d'importantes fluctuations, l'analyse des résultats ne peut se faire que sur des valeurs moyennées dans le temps ou sur des grandeurs caractéristiques comme les valeurs maximales.

Par exemple, si on prend en compte les valeurs maximales, relevées sur plusieurs tours de brasseur, on considère qu'un rapport de la valeur maximale sur la valeur minimale de ces relevés inférieur à 6 dB est raisonnable.

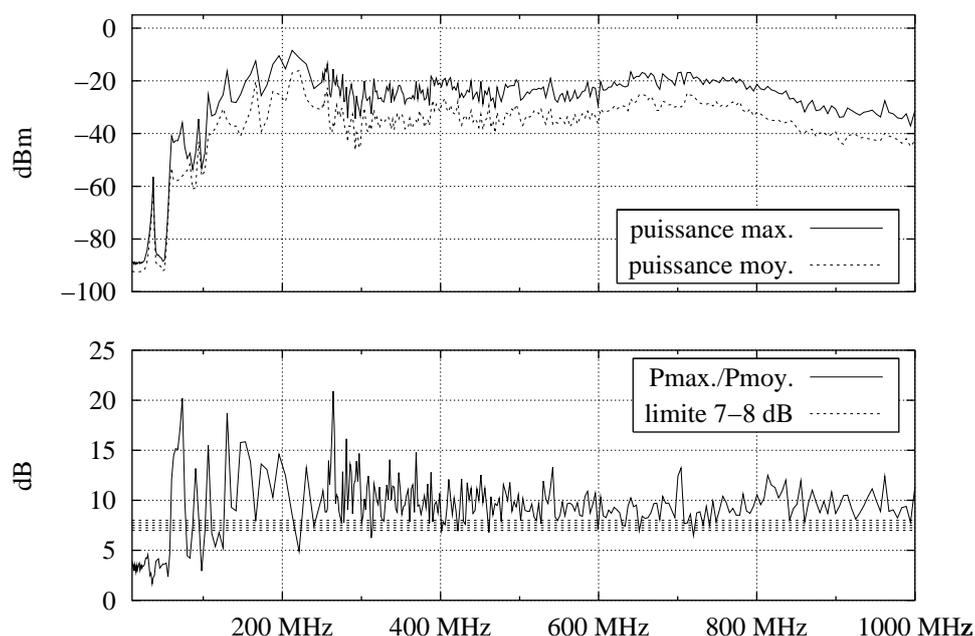


FIG. 1.3 – Spectres de puissances mesurées avec l'antenne fouet en réception

On peut aussi se baser sur les valeurs moyennées dans le temps, avec le même critère, c'est-à-dire $\max(\text{valeurs moy.})/\min(\text{valeurs moy.}) \leq 6$ dB.

1.2.1 Principe des mesures

Avant de commencer les mesures, il faut définir le volume de travail sur lequel on relèvera les valeurs de champ. Il doit être compris dans un domaine de la chambre où le champ est relativement homogène. Une certaine distance entre ce volume et les parois de la chambre est alors nécessaire, afin d'éviter l'influence de celles-ci. Une distance d'environ 60 cm, ce qui représente au moins une longueur d'onde pour la bande de fréquences dans laquelle la chambre fonctionne de façon optimale (au-delà de 400 MHz), semble être un choix raisonnable. La base du volume de travail est localisée à une soixantaine de centimètres des parois verticales et du sol de la chambre, pour une hauteur de 90 cm. Le brasseur, qui est à 2,20 m du sol, se situe donc à 70 cm de la face supérieure du volume de travail. Les dimensions du volume de travail sont donc à-peu-près de $1,80 \times 1,20 \times 0,90$ m³ (figure 1.4 page suivante).

Les valeurs de champ électrique sont relevées à l'aide d'un capteur de champ WANDEL & GOLTERMANN type EMR11 mono-axial. Les valeurs sont transmises par fibre optique à un micro-ordinateur, afin de les traiter ultérieurement.

On relève 100 mesures pour chacune des trois composantes du champ électrique, dont on calcule les valeurs moyenne et maximale. À raison d'une acquisition toutes les 400 ms, cela correspond à quatre tours du brasseur. L'acquisition des données étant relativement longue (neuf points de mesures multiplié par trois coordonnées d'espace), nous restreignons les mesures à

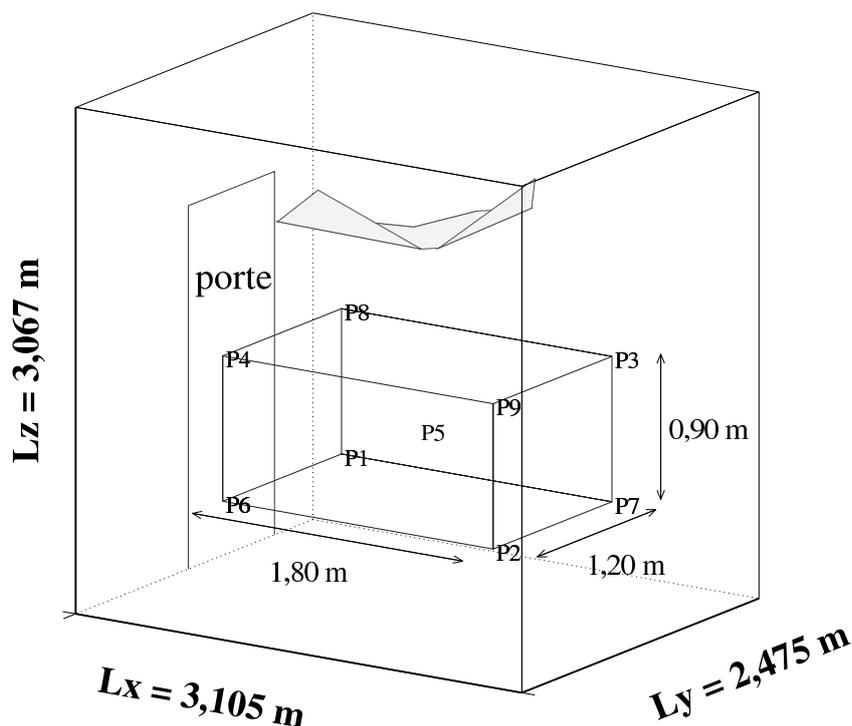


FIG. 1.4 – Localisation des 9 points du volume de travail pour les mesures de champ

cinq fréquences, 100, 400, 600, 800 MHz et 1 GHz.

1.2.2 Résultats

D'après les mesures, on constate que les valeurs de champ augmentent avec la fréquence, et varient entre une dizaine de volts par mètre à 100 MHz à plus de $350 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ à 1 GHz, et ce, pour une puissance d'entrée de 6 Watt.

La deuxième remarque concerne la répartition des valeurs extrémales sur les neuf points du volume de travail, en fonction de la fréquence.

Répartition des mesures de champ

Nous avons défini les grandeurs MinMoy (resp. MinMax) et MaxMoy (resp. MaxMax), comme la valeur minimale et la valeur maximale parmi les neuf points des valeurs moyennes (resp. des valeurs maximales) relevées.

On constate que le point P_5 apparaît 6 fois sur 20, c'est-à-dire que dans un peu plus du quart des cas, le champ électrique atteint un minimum en ce point. Or, il n'y a, *a priori*, pas de raison pour qu'il en soit ainsi. Nous avons donc recommencé une série de mesures pour ce point, afin de vérifier la reproductibilité de cette caractéristique. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant.

TAB. 1.1 – Répartition des valeurs min et max sur le volume de travail

fréquences	MinMoy	MaxMoy	MinMax	MaxMax
100 MHz	P_5	P_1	P_5	P_4
400 MHz	P_8	P_6	P_8	P_2
600 MHz	P_5	P_2	P_7	P_6
800 MHz	P_5	P_6	P_5	P_7
1 GHz	P_8	P_7	P_5	P_2

TAB. 1.2 – Répartition des valeurs min et max sur le volume de travail pour la deuxième mesure au point P_5

fréquences	MinMoy	MaxMoy	MinMax	MaxMax
100 MHz	P_5	P_1	P_5	P_4
400 MHz	P_8	P_6	P_8	P_2
600 MHz	P_2	P_2	P_7	P_6
800 MHz	P_6	P_6	P_3	P_7
1 GHz	P_8	P_7	P_5	P_2

Le point P_5 n'apparaît donc plus que 3 fois. Ceci est dû au fait que pour cette deuxième mesure, le capteur n'était pas exactement au même endroit que dans le premier cas (l'erreur de position est comprise entre 1 et 2 cm).

Nous avons ensuite calculé les écarts des valeurs moyenne et maximale des résultats en ce point, par rapport à la mesure précédente.

TAB. 1.3 – Écarts sur le point P_5 de la deuxième mesure par rapport à la première

fréquences	E_x		E_y		E_z	
	moy.	max.	moy.	max.	moy.	max.
100 MHz	1,26 %	8,58 %	2,84 %	2,50 %	0,58 %	0,16 %
400 MHz	1,96 %	21,07 %	3,42 %	11,51 %	4,29 %	3,03 %
600 MHz	32,57 %	1,65 %	4,60 %	16,18 %	4,12 %	9,65 %
800 MHz	3,35 %	32,74 %	26,97 %	23,02 %	0,57 %	7,41 %
1 GHz	17,77 %	13,49 %	1,46 %	10,98 %	0,55 %	0,42 %

Ces résultats sont caractéristiques du problème de reproductibilité, l'écart pouvant aller jusqu'à 30 % : on sait que deux points distants de 1 ou 2 m sont indépendants au-delà de la centaine de MHz, mais pour deux points proches (1 ou 2 cm), on ne sait pas dans quelle mesure ceux-ci sont corrélés.

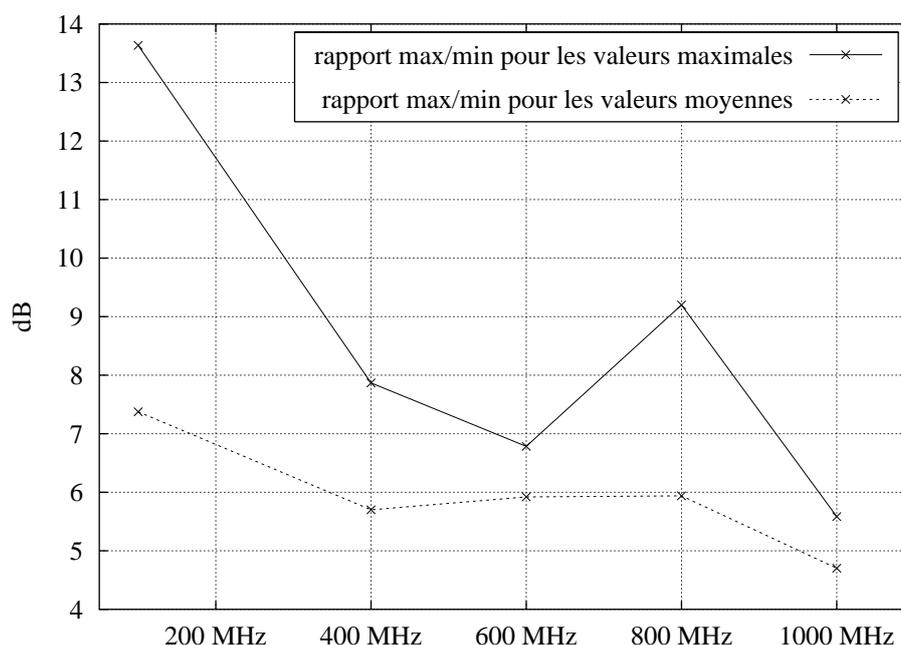


FIG. 1.5 – Rapports max/min des valeurs de champ sur les 9 points de mesures

Rapports entre les valeurs maximales et minimales

Parallèlement à ces résultats, nous avons calculé, pour les moyennes (resp. les valeurs maximales), les rapports MaxMoy/MinMoy (resp. MaxMax/MinMax), pris sur les 9 points du volume de travail. Comme on peut le constater sur la figure 1.5, on obtient pour les moyennes des valeurs légèrement supérieures à 7 dB à 100 MHz et inférieures à 6 dB pour des fréquences supérieures à 400 MHz, ce qui confirme bien le fait que le champ devient plus homogène en hautes fréquences.

Par contre, pour les valeurs maximales, les résultats sont plus critiques. Par exemple, on remarque une valeur de champ aberrante à 800 MHz, le rapport étant supérieur à 9 dB. De manière générale, le problème vient d'un sous-échantillonnage des valeurs de champ : les valeurs récupérées (100 pour chaque mesure) ne sont pas représentatives de l'évolution du champ en un point donné. La valeur maximale que l'on en déduit, pour chaque point, en fonction de la fréquence, est donc faussée, ce qui se répercute sur le calcul du rapport MaxMax/MinMax. Cet artefact est moins sensible sur le calcul des moyennes, puisque celles-ci sont lissées.

La solution consiste donc à prendre un plus grand nombre de valeurs, afin de traiter des données qui approchent au mieux le comportement du champ électrique.

Nous avons donc recommencé deux séries de mesures au point P_5 . Afin de laisser le capteur dans une position fixe, nous n'avons effectué les mesures que sur la composante E_x du champ, uniquement à la fréquence 1 GHz.

Pour la première série, nous avons effectué les mesures sur 100 points, c'est-à-dire en « sous-échantillonnage ». Mais ne pouvant faire les mesures qu'en un seul point, nous les avons refaites

5 fois de suite. Pour la deuxième série, nous sommes passés de 100 à 200 valeurs.

En ce qui concerne les mesures sur 100 relevés, les résultats sont évidemment équivalents à ceux présentés plus haut, mais leur intérêt est de permettre de faire la comparaison avec les résultats sur 200 relevés.

TAB. 1.4 – *Rapports des valeurs de champ à 1 GHz*

(a) Rapports sur les valeurs moyennes

(b) Rapports sur les valeurs maximales

	100 éch.	200 éch.
MaxMoy	86,34	83,95
MinMoy	85,33	82,17
rapport	1,01	1,02

	100 éch.	200 éch.
MaxMax	180,38	177,83
MinMax	156,82	172,66
rapport	1,15	1,03

On constate donc que le rapport sur les valeurs maximales, mesurées sur 200 valeurs, est inférieur à celui des mesures effectuées avec seulement 100 valeurs. Ce qui confirme bien ce qui a été écrit plus haut, même si l'amélioration n'est pas évidente, puisque les quatre rapports sont bien inférieurs à 2. Mais on n'a ici que 5 séries de mesures, par rapport aux 27 de l'expérience précédente (les 9 points \times les 3 composantes du champ électrique). Ces résultats ne sont donc pas comparables. Ce qui importe, c'est l'amélioration relative entre les mesures sur 100 valeurs et celles sur 200.

Chapitre 2

Modélisation de la chambre réverbérante à brassage de modes

Introduction

Nous présentons dans ce chapitre l'approche que nous avons choisie pour modéliser le fonctionnement de la chambre réverbérante, et les différents problèmes rencontrés liés aux méthodes numériques que nous avons utilisées.

Nous commencerons par un bref rappel de la discrétisation des équations de Maxwell sur un maillage, par l'intermédiaire du schéma de Yee.

Nous présenterons ensuite la méthode que nous avons implémentée pour modéliser le brasseur à l'intérieur de la chambre. Le maillage étant constitué de cellules parallélépipédiques rectangulaires, on conçoit que la modélisation d'un objet en rotation dans un tel maillage présente quelques problèmes. La forme du brasseur ne pourra donc qu'être approchée et nous montrerons brièvement la conséquence de cette approximation sur les fréquences de résonance de la chambre.

L'approche utilisée ici tient essentiellement en deux étapes. La première correspond à l'acquisition de données, c'est-à-dire les résultats de simulations, au moyen de la méthode des différences finies dans le domaine temporel, plus connue sous le sigle anglo-saxon FDTD (« Finite-Difference Time-Domain »). La deuxième étape consiste à traiter les données temporelles issues des simulations. Notre étude étant essentiellement fréquentielle, nous utilisons la transformée de Fourier discrète (TFD) pour analyser les résultats et nous présenterons donc les propriétés et les problèmes posés par cette méthode.

Nous analyserons ensuite les différentes caractéristiques de la méthode FDTD et ses conséquences dans le domaine fréquentiel. Nous verrons que ces caractéristiques sont essentiellement liées à la taille des cellules du maillage et au pas de temps discrétisé, qui dépend lui aussi des dimensions des cellules.

Enfin, nous terminerons ce chapitre en abordant une propriété essentielle des chambres réverbérantes qui est la notion de pertes. Ces pertes sont principalement liées à la charge des antennes en basses fréquences et à l'effet Joule dans les parois de la chambre en hautes fréquences. Le pro-

blème de la modélisation des antennes à l'intérieur de l'enceinte sortant du cadre de ce travail, nous ne l'avons pas étudié. Nous avons dans un premier temps pris en compte la conductivité finie des parois, avec une approche très simple. Nous avons ensuite implémenté une modélisation plus générale des pertes, par une méthode de post-traitement des résultats de simulation, en considérant un paramètre primordial pour qualifier le fonctionnement d'une chambre réverbérante : son facteur de qualité Q .

Le problème de la modélisation de la chambre réverbérante par la méthode FDTD peut se décomposer en deux parties : la discrétisation des équations de Maxwell, à l'aide du schéma de Yee et la discrétisation des objets sur le maillage, comme le brasseur de modes, à l'intérieur de la chambre.

2.1 Discrétisation des équations de Maxwell par la méthode FDTD

Commençons par rappeler les quatre équations de Maxwell dans le vide :

$$\begin{cases} \vec{\text{rot}} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\text{rot}} \vec{B} &= \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{div} \vec{E} &= 0 \\ \text{div} \vec{B} &= 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Sachant que dans le cas considéré, $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, les deux premières équations deviennent :

$$\begin{cases} \vec{\text{rot}} \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \vec{\text{rot}} \vec{H} &= \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{div} \vec{E} &= 0 \\ \text{div} \vec{B} &= 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

On a donc pour la première équation :

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{cases} \quad (2.3)$$

et pour la seconde :

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = -\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{cases} \quad (2.4)$$

Le schéma de Yee étant à divergence nulle, on peut ne considérer que les deux premières équations de (2.2). En effet, si on calcule le flux du champ $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ sur la surface d'une cellule, on montre, à l'aide des formules de Green-Ostrogradski, que celui-ci est nul, ce qui signifie bien que la divergence de \vec{E} est nulle. Il en est évidemment de même pour le champ \vec{H} .

Pour discrétiser spatialement et temporellement ces équations, nous avons utilisé le schéma de Yee [55]. C'est un schéma bien connu, issu de la méthode plus générale des différences finies. De plus, il est facile à implémenter. La particularité de ce schéma est de calculer les composantes du champ électrique et du champ magnétique décalées d'une demie cellule en espace, et d'un demi-pas de temps. Le calcul d'une composante de champ à une position (x, y, z) et au temps t étant défini par $(x = id_x, y = jd_y, z = kd_z, t = nd_t)$, on dispose chaque composante des champs \vec{E} et \vec{H} comme sur la figure 2.1.

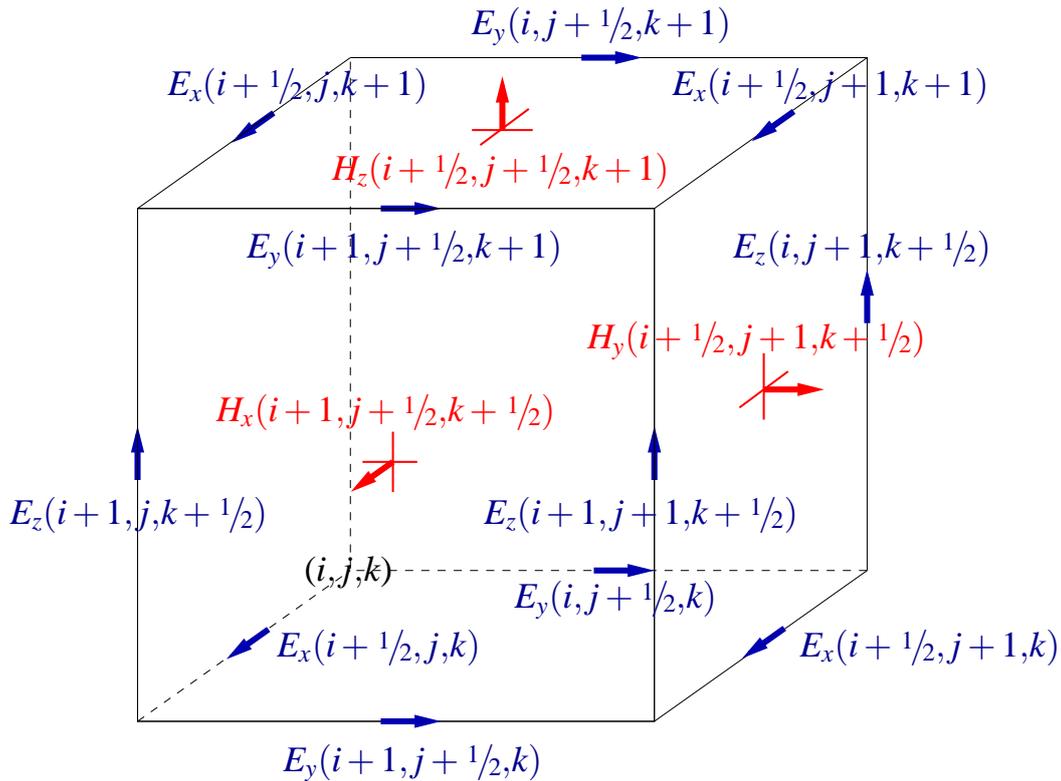


FIG. 2.1 – Cellule de Yee

Ainsi, la dérivée temporelle d'une composante du champ électrique à l'instant $t = (n + 1/2) d_t$

est donnée par

$$\frac{\partial E^{n+1/2}}{\partial t} = \frac{E^{n+1} - E^n}{\Delta t}, \quad (2.5)$$

alors que pour le champ magnétique, elle est donnée, à l'instant $t = n d_t$, par

$$\frac{\partial H^n}{\partial t} = \frac{H^{n+1/2} - H^{n-1/2}}{\Delta t}. \quad (2.6)$$

De même, la dérivation spatiale de la composante E_z du champ électrique par rapport à la variable y est donnée par

$$\frac{\partial E_z(i, j, k + 1/2)}{\partial y} = \frac{E_z(i, j + 1, k + 1/2) - E_z(i, j, k + 1/2)}{\Delta y}, \quad (2.7)$$

et pour la dérivée de H_y par rapport à z , on obtient

$$\frac{\partial H_y(i + 1/2, j, k + 1/2)}{\partial z} = \frac{H_y(i + 1/2, j, k + 1/2) - H_y(i + 1/2, j, k - 1/2)}{\Delta z}. \quad (2.8)$$

Ainsi, à l'aide des équations ci-dessus, les équations (2.3) et (2.4) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_x^{n+1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) = H_x^{n-1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) \\ \quad - \frac{\Delta t}{\mu_0} \left\{ \left[\frac{E_z^n(i, j + 1, k + 1/2) - E_z^n(i, j, k + 1/2)}{\Delta y} \right] \right. \\ \quad \left. - \left[\frac{E_y^n(i, j + 1/2, k + 1) - E_y^n(i, j + 1/2, k)}{\Delta z} \right] \right\} \\ \\ H_y^{n+1/2}(i + 1/2, j, k + 1/2) = H_y^{n-1/2}(i + 1/2, j, k + 1/2) \\ \quad - \frac{\Delta t}{\mu_0} \left\{ \left[\frac{E_x^n(i + 1/2, j, k + 1) - E_x^n(i + 1/2, j, k)}{\Delta z} \right] \right. \\ \quad \left. - \left[\frac{E_z^n(i + 1, j, k + 1/2) - E_z^n(i, j, k + 1/2)}{\Delta x} \right] \right\} \\ \\ H_z^{n+1/2}(i + 1/2, j + 1/2, k) = H_z^{n-1/2}(i + 1/2, j + 1/2, k) \\ \quad - \frac{\Delta t}{\mu_0} \left\{ \left[\frac{E_y^n(i + 1, j + 1/2, k) - E_y^n(i, j + 1/2, k)}{\Delta x} \right] \right. \\ \quad \left. - \left[\frac{E_x^n(i + 1/2, j + 1, k) - E_x^n(i + 1/2, j, k)}{\Delta y} \right] \right\} \end{array} \right. \quad (2.9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
E_x^{n+1}(i+1/2, j, k) = E_x^n(i+1/2, j, k) \\
\quad + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} \left\{ \left[\frac{H_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^{n+1/2}(i+1/2, j-1/2, k)}{\Delta y} \right] \right. \\
\quad \left. - \left[\frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k-1/2)}{\Delta z} \right] \right\} \\
E_y^{n+1}(i, j+1/2, k) = E_y^n(i, j+1/2, k) \\
\quad + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} \left\{ \left[\frac{H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k-1/2)}{\Delta z} \right] \right. \\
\quad \left. - \left[\frac{H_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k)}{\Delta x} \right] \right\} \\
E_z^{n+1}(i, j, k+1/2) = E_z^n(i, j, k+1/2) \\
\quad + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} \left\{ \left[\frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^{n+1/2}(i-1/2, j, k+1/2)}{\Delta x} \right] \right. \\
\quad \left. - \left[\frac{H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^{n+1/2}(i, j-1/2, k+1/2)}{\Delta y} \right] \right\}
\end{array} \right. \quad (2.10)$$

Pour résoudre les équations (2.2), on applique les équations (2.9) et (2.10) sur chaque cellule du maillage, à chaque itération en temps.

Dans le problème de la modélisation de la chambre réverbérante, nous venons de voir la première étape, qui est de discrétiser temporellement et spatialement les équations de Maxwell sur le maillage de la chambre. La deuxième étape consiste à modéliser le brasseur de modes dans une position fixée, après rotation.

2.2 Modélisation du brasseur après rotation

Nous allons commencer par présenter la méthode que nous avons utilisée pour mailler le brasseur, à l'aide d'un maillage non uniforme, et nous finirons par la présentation de la méthode implémentée pour effectuer sa rotation.

Modéliser un objet quelconque, de forme simple, ne pose *a priori* pas de difficultés. Cependant, le cas du brasseur est un peu particulier. En effet, il est primordial que celui-ci conserve, dans une certaine mesure, ses dimensions lors d'une rotation dans un plan horizontal. Ce qui signifie que les cellules doivent être au moins carrées dans le plan de la rotation pour que celle-ci s'effectue dans un repère orthonormé. Afin de rester plus général, et d'envisager des rotations

autres que dans un plan horizontal, nous avons choisi d'utiliser des cellules cubiques, dans un volume englobant la rotation du brasseur sur un tour complet (figure 2.2).

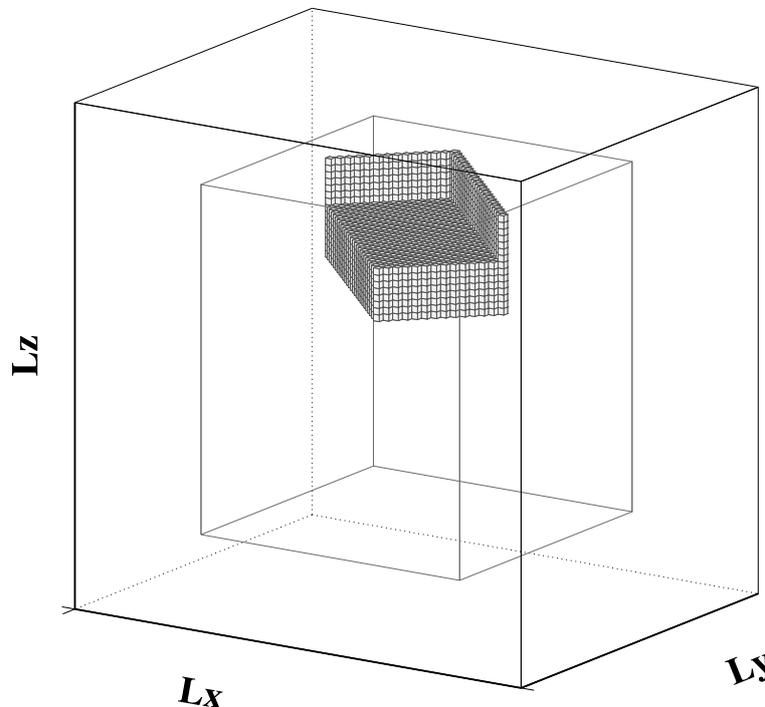


FIG. 2.2 – Volume de cellules cubiques englobant le brasseur

Mais en dehors de ce volume, nul besoin d'avoir des cellules cubiques. Nous avons donc pris des cellules parallélépipédiques rectangulaires de dimensions quelconques imposées par le volume de la chambre ne comprenant pas les cellules cubiques. Aussi avons-nous choisi de prendre des dimensions de cellules, qu'elles soient cubiques ou non, telles que ces cellules maillent *exactement* le volume de la chambre.

2.2.1 Utilisation d'un maillage non uniforme contenant des cellules cubiques dans un volume englobant le brasseur

Pour définir les caractéristiques du maillage, nous choisissons d'imposer les dimensions des cellules cubiques. Il faut donc prendre un volume de cellules cubiques contenant le brasseur, sur une rotation complète

Le problème est alors de déterminer le nombre et les dimensions des cellules non cubiques maillant le volume restant, sachant que :

- les dimensions des cellules doivent diviser exactement les distances restant entre le volume formé de cellules cubiques et les parois de la chambre ;
- le rapport des dimensions de ces cellules sur celles des cellules cubiques doit être proche de 1 [3, 4].

Le maillage que nous avons principalement utilisé est un maillage non uniforme composé de $77 \times 61 \times 73$ cellules (soit environ 343 000 cellules), les cellules cubiques qui maillent le brasseur mesurant 4 cm de côté. Afin d'étudier de manière précise les différentes erreurs induites par la méthode FDTD (§ 2.3.2 page 33), nous avons modélisé une cavité de dimensions sensiblement égales à celle du CERPEM ($3,04 \times 2,4 \times 2,88 \text{ m}^3$) avec trois maillages uniformes composés de cellules cubiques de 2, 4 et 8 cm de côté. L'intérêt de modéliser cette cavité est de pouvoir comparer l'influence de la taille des cellules sur les résultats de simulations avec des résultats analytiques connus, comme les fréquences de résonance décalées sous l'effet de la dispersion numérique (équation (2.14)).

Pour mailler la chambre du CERPEM, nous avons aussi à notre disposition les maillages non uniformes suivants, constitués de :

- $43 \times 35 \times 43$ ($\approx 65\,000$) cellules de 7 cm de côté ;
- $101 \times 81 \times 101$ ($\approx 825\,000$) cellules de 3 cm de côté ;
- $207 \times 165 \times 197$ ($\approx 7\,000\,000$) cellules de 1,5 cm de côté. Ce dernier n'est pas exploité par la suite, le temps mis pour une simulation, pour une précision en fréquence équivalente à celle obtenue avec le maillage de 343 000 cellules, étant environ d'une semaine de calculs.

Par la suite, lorsque nous mentionnerons des tailles des cellules, nous ferons toujours référence à la taille des cellules cubiques qui maillent le brasseur, la taille des autres cellules du maillage étant semblables.

2.2.2 Rotation du brasseur : méthode des octants

L'algorithme pour effectuer une rotation du brasseur est très simple. Il s'agit de la méthode des octants [1]. Il est constitué des quatre étapes suivantes :

- prendre le brasseur dans sa position d'origine, et faire tourner ses quatre coins à l'aide d'une matrice de rotation ;
- projeter ces quatre coins sur le maillage ; on prend alors les points deux à deux, de coordonnées (x_i, y_i) et (x_f, y_f) ;
- on a alors deux cas de figures (que l'on a simplifiés en se ramenant au premier quart d'un plan orthonormé) :
 - si $|x_f - x_i|$ est inférieur à $|y_f - y_i|$ (octant (2) de la figure 2.3(a)), la droite est plus « verticale » que « horizontale » ; elle appartient donc au deuxième octant ; on fait donc varier la variable y de y_i à y_f sur la droite $y = ax + b$ et on met la valeur 1 dans le pixel de coordonnées $((y - b)/a, y)$;
 - sinon, la droite appartient au premier octant (octant (1) de la figure 2.3(a)) ; on fait donc varier la variable x de x_i à x_f sur la droite $y = \alpha x + \beta$ et on met la valeur 1 dans le pixel de coordonnées $(x, \alpha x + \beta)$;
- on obtient ainsi les cellules du pourtour du brasseur, il reste à le remplir. On balaie le volume de cellules cubiques en partant du bord gauche supérieur, jusqu'à ce que l'on tombe sur le premier bord du brasseur (en 1) ; on met alors la valeur 1 dans les cellules suivantes à droite, jusqu'à ce l'on tombe sur le second bord du brasseur (en 2) ; on a alors rempli une

ligne de cellules ; on passe à la ligne suivante jusqu'à ce que l'on arrive à l'autre extrémité du brasseur (figure 2.3(b)).

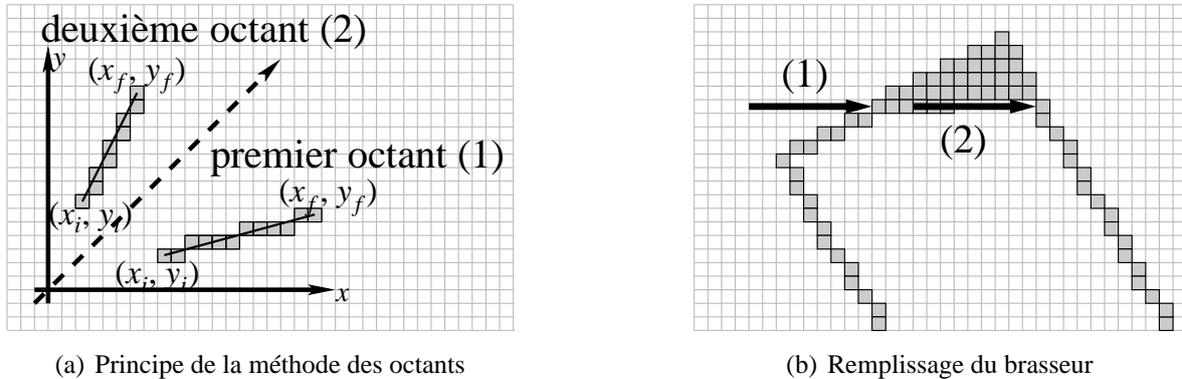


FIG. 2.3 – Méthode des octants et remplissage du brasseur

2.2.3 Problème lié à la méthode de discrétisation d'un objet en rotation

Le principal problème lié à cette méthode est de discrétiser un objet en rotation sur un maillage constitué de cellules parallélépipédiques rectangulaires. La conséquence est que le brasseur modélisé est discontinu, sous l'effet de la discrétisation en marches d'escalier (« stair-case effect »).

Si l'on considère l'évolution de la fréquence de résonance d'un mode en fonction de l'orientation du brasseur, cette évolution est continue et périodique. À cause de la discontinuité du brasseur, la fréquence de résonance d'un mode peut, d'une position du brasseur à la suivante, soit augmenter, soit diminuer. La courbe représentant le décalage fréquentiel est donc aussi discontinue, comme le montre la figure 2.4 page suivante¹. De plus, si l'on regarde une animation du brasseur en rotation, on constate que celui-ci « vibre » légèrement, selon sa longueur et sa largeur, ce qui ne peut que perturber les fréquences de résonance par rapport au cas idéal où le brasseur est non discrétisé.

Afin de corroborer cette propriété, due à la taille des cellules du maillage, nous avons comparé les simulations d'un même brasseur (brasseur plan, figure 3.1(a) page 66) dans la même chambre, mais avec des maillages différents : le premier, grossier, constitué de cellules de 7 cm de côté, et le second, légèrement plus fin, avec des cellules de 3 cm de côté. Les résultats sont présentés sur la figure 2.5 page suivante.

On constate d'après cette figure que plus le maillage est fin, plus la courbe est continue et se rapproche d'une sinusoïde. Pour confirmer ce résultat, on a calculé l'erreur entre les deux courbes, c'est-à-dire la distance maximale entre la courbe représentant l'évolution fréquentielle et la sinusoïde associée. Cette erreur diminue effectivement avec la taille des cellules. L'évolution fréquentielle d'un mode, lorsque l'on considère des variations faibles du brasseur, est donc caractéristique du maillage utilisé.

1. Le brasseur utilisé, le brasseur3, est discrétisé sur le maillage constitué de cellules de 4 cm de côté.

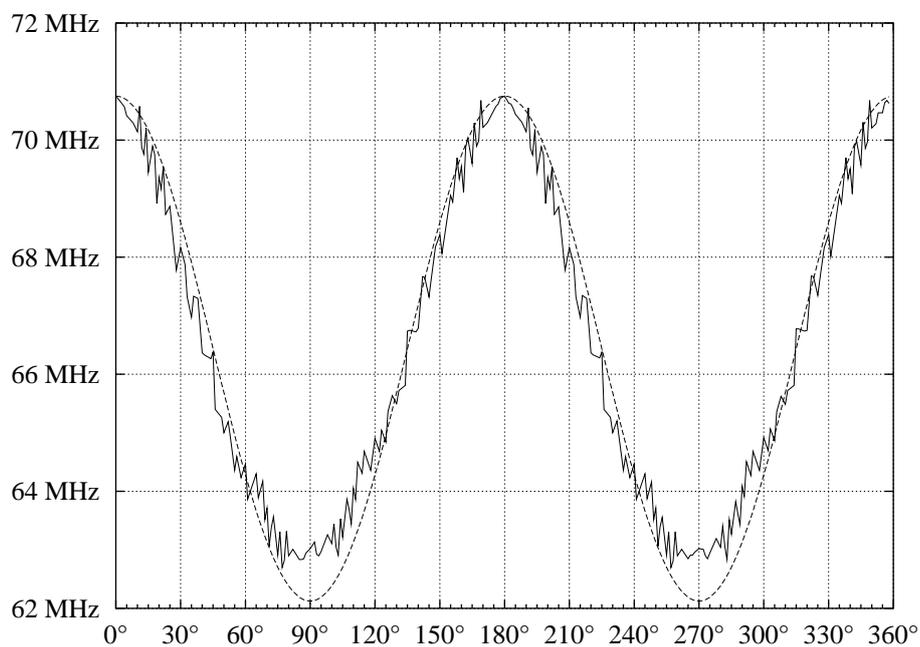
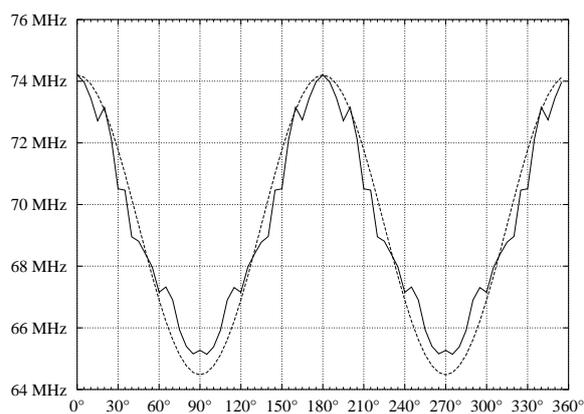
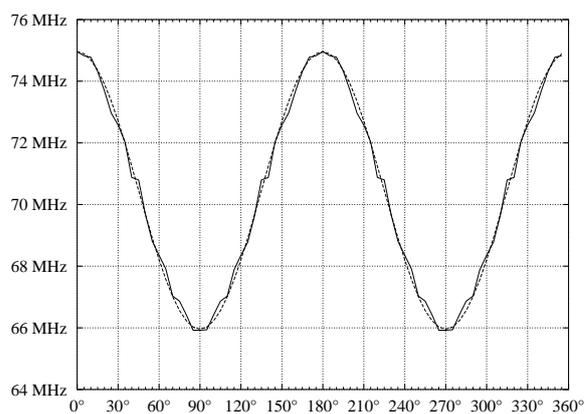


FIG. 2.4 – Influence de la discontinuité du brasseur3 sur les fréquences de résonance (erreur max. : 1,55 %)



(a) Erreur max. avec des cellules de 7 cm de côté : 1,76 %



(b) Erreur max. avec des cellules de 3 cm de côté : 0,53 %

FIG. 2.5 – Influence de la taille des cellules sur l'évolution fréquentielle d'un mode (brasseur plan)

Pour clore ce chapitre sur les méthodes numériques utilisées pour modéliser la chambre, nous allons voir que le passage du domaine temporel au domaine fréquentiel par l'intermédiaire de la transformée de Fourier discrète (TFD) pose certains problèmes. Ceux-ci sont liés à la nature intrinsèque de la TFD et à celle du maillage FDTD.

2.3 Problèmes liés à la TFD et à la FDTD

Les erreurs numériques intervenant sur la valeur du champ calculée par les simulations sont de deux types :

- celles dues au fait que les simulations sont forcément bornées dans le temps, ce qui implique un fenêtrage des résultats temporels (§ 2.3.1) ;
- celles dues au maillage et à la fréquence de coupure associée à celui-ci (§ 2.3.2 page 33).

2.3.1 Résolution fréquentielle et recouvrement

Pour étudier les propriétés spectrales des résultats temporels issus des simulations FDTD, nous utilisons la transformée de Fourier discrète (TFD). Nous exploitons principalement le module de la TFD, afin d'être en accord avec les grandeurs relevées en mesures. En effet, si l'on utilise un capteur de champ, celui-ci ne relève que la valeur efficace du champ, sans tenir compte de la phase, ce qui correspond bien au module de la TFD. Dans le cas où les mesures sont effectuées à partir d'une antenne, celle-ci reçoit des puissances, ce qui correspond cette fois-ci au module au carré. Toutefois, nous verrons que la seule information apportée par le module du champ peut ne pas être suffisante. Ainsi, les parties réelle et imaginaire et la phase du champ seront utilisées lorsque nous présenterons les résultats statistiques (chapitre 4).

Dans le cas d'une cavité dont les parois sont parfaitement conductrices, le signal temporel, c'est-à-dire les valeurs de champ en fonction du temps, est théoriquement une combinaison linéaire d'un très grand nombre de sinusoides de fréquences et d'amplitudes différentes, fixées par les dimensions de la cavité et par les conditions initiales. La réponse en fréquences devrait alors être une somme de pics de Dirac d'amplitudes variées.

Mais le signal temporel issu des simulations étant nécessairement fini, on n'obtient pas des pics de Dirac. Considérons par exemple le cas où la fenêtre de pondération est une fenêtre rectangulaire de durée T_{max} . Le module de sa transformée de Fourier est donné par $T_{max} |\text{sinc}(T_{max}f)|$, où sinc représente la fonction sinus cardinal. Par convolution, la réponse fréquentielle de la cavité est alors une somme de sinus cardinaux décalés à la fréquence des sinusoides du cas idéal.

Ces sinus cardinaux ont une largeur $2/T_{max}$, contrairement aux pics de Dirac supposés infiniment étroits, appelée largeur de lobe principal. Quand T_{max} tend vers l'infini, l'amplitude de la raie, à cause du facteur T_{max} devant le sinus cardinal, tend aussi vers l'infini, et la largeur du lobe principal tend vers 0. On retrouve donc, à la limite, un pic de Dirac.

Lorsque deux fréquences sont assez éloignées, de plusieurs fois la largeur du lobe principal par exemple, les raies sont faiblement couplées et leur amplitude est déterminée avec une bonne

approximation (figure 2.6(a)) :

$$\begin{aligned} \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t) \xrightarrow{\text{module de la TFD, } f > 0} \frac{T_{\max}}{2} |e^{-i\pi T_{\max}(f-f_1)} \operatorname{sinc}(T_{\max}(f-f_1)) + \\ e^{-i\pi T_{\max}(f-f_2)} \operatorname{sinc}(T_{\max}(f-f_2))| \approx \frac{T_{\max}}{2} |\operatorname{sinc}(T_{\max}(f-f_1))| + \\ \frac{T_{\max}}{2} |\operatorname{sinc}(T_{\max}(f-f_2))|. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Par contre, lorsque deux fréquences sont relativement proches, il se produit un « recouvrement numérique » dû au couplage des deux raies (figure 2.6(b)). L'équation (2.11) n'est plus valable dans ce cas, à cause du terme de couplage entre les deux sinus cardinaux. Il en résulte que d'une part, on ne peut plus déterminer s'il s'agit d'une seule raie ou de la juxtaposition de plusieurs raies, et que d'autre part, l'estimation de l'amplitude de la raie est faussée.

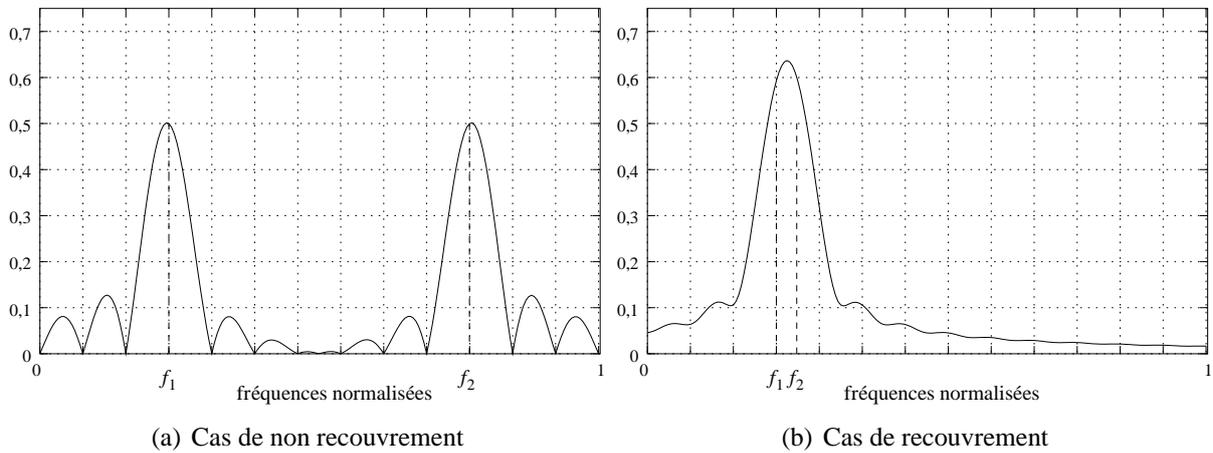


FIG. 2.6 – Exemple simple de recouvrement de raies, avec l'utilisation d'une fenêtre rectangulaire

Nous allons montrer que ce phénomène va s'accroître en hautes fréquences. Commençons par étudier un cas très simple, pour montrer que l'augmentation de l'erreur commise sur l'amplitude des raies est due à la discrétisation induite par la TFD.

Supposons que l'on excite la cavité à l'aide d'une impulsion de Dirac, afin qu'un très grand nombre de modes soient excités. La réponse d'une composante du champ électrique, ou magnétique, en un point est alors une combinaison linéaire de sinusoides de fréquence f_{mnp} (équation (A.11)), d'amplitude α_k et de phase φ_k déterminées par les conditions initiales :

$$E(t) = \sum_k \alpha_k \sin(2\pi f_k t + \varphi_k), \text{ avec } f_k = f_{mnp}. \quad (2.12)$$

Considérons alors le cas où les α_k sont constants et égaux à l'unité. Si l'on pondère le signal par une fenêtre rectangulaire, le module du spectre d'un tel signal obtenu par TFD sera composé en première approximation (c'est-à-dire en négligeant les couplages entre les fréquences proches,

pourvu que T_{max} soit suffisamment grand), de sinus cardinaux, tous d'amplitude constante et égale à un demi (au facteur T_{max} près) :

$$\sum_k \sin(2\pi f_k t + \varphi_k) \xrightarrow{\text{module de la TFD, } f > 0} \frac{1}{2} \sum_k |\text{sinc}(T_{max}(f - f_k))|. \quad (2.13)$$

C'est bien ce que l'on constate en basses fréquences, sur la figure 2.7.

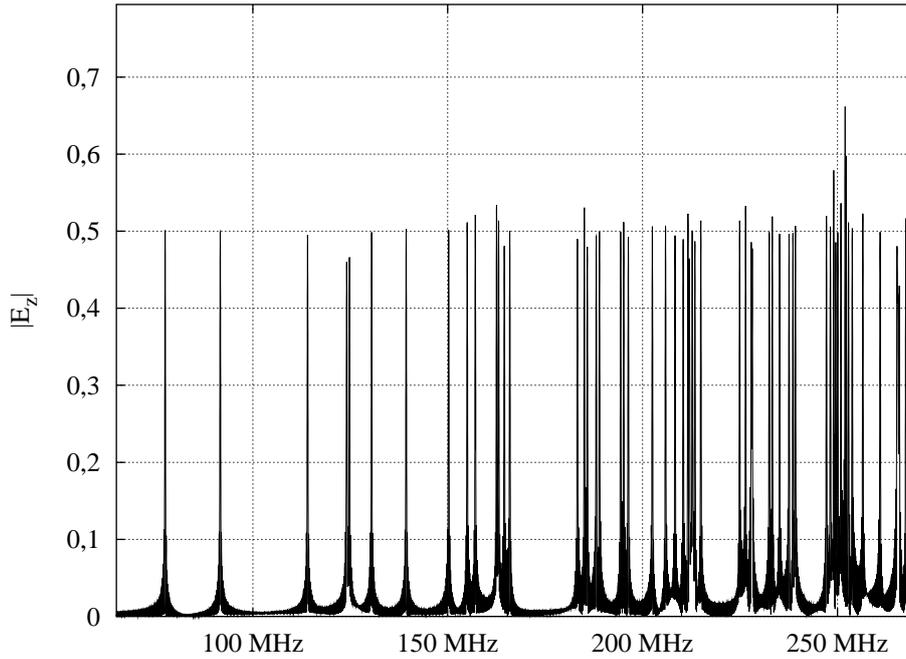


FIG. 2.7 – Amplitude des raies en basses fréquences : recouvrement de modes faible pour $d_f = 200$ kHz (signal analytique)

Mais en hautes fréquences, à cause du phénomène de recouvrement, on observe une nette augmentation de l'amplitude des raies des fréquences de résonance. La figure 2.8 page suivante représente le module du spectre du signal analytique, échantillonné tous les 20 MHz, pour différentes valeurs de T_{max} . L'erreur sur l'amplitude dépend d'une part de la densité de modes qui croît en fonction du carré de la fréquence (équation (A.15)) et d'autre part, de la largeur des lobes des sinus cardinaux, proportionnelle à $1/T_{max}$. Ainsi, lorsque la durée d'observation T_{max} augmente, la largeur des lobes des sinus cardinaux diminue et l'amplitude des raies décroît.

Ainsi, on peut considérer que l'erreur sur l'amplitude des raies est non négligeable à partir de 250 MHz pour $d_f = 200$ kHz. Au-delà de 500 MHz, l'erreur est supérieure à 100 %. Pour $d_f = 12,5$ kHz, elle est supérieure à 100 % pour des fréquences supérieures à 1 GHz.

Analysons le problème par rapport à la densité de modes. Par exemple, à 2 GHz, elle est de l'ordre de 90 modes par MHz. La figure 2.9 page 26 représente la densité de modes établie d'une part, d'après la théorie (équation (A.15)) et d'autre part, d'après le nombre de modes par MHz après comptage des fréquences propres f_{mnp} (équation (A.11)). Précisons ici que le comptage

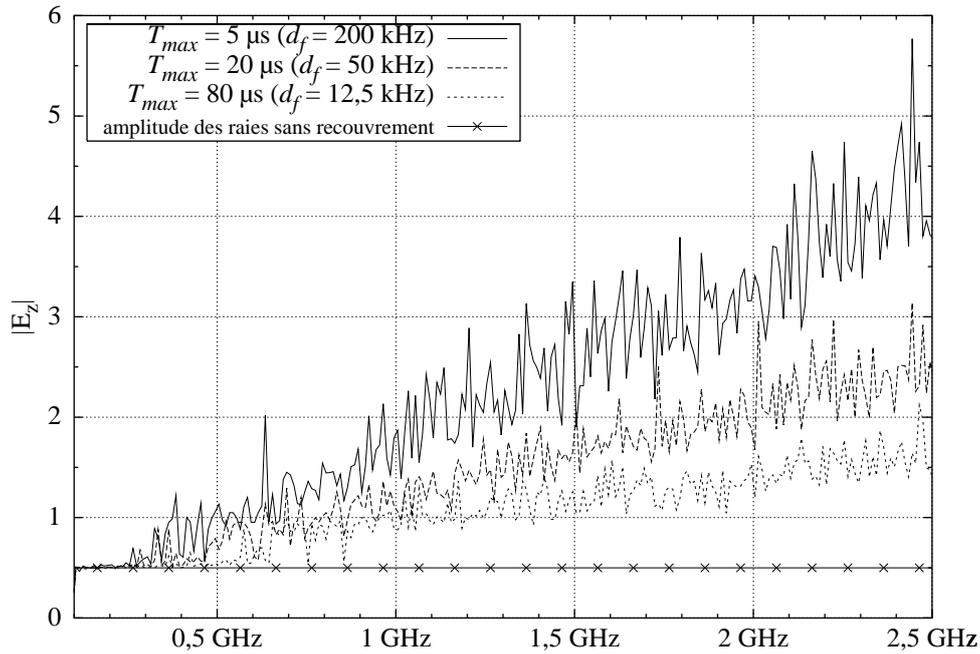


FIG. 2.8 – Influence du recouvrement sur l'amplitude des raies en hautes fréquences en fonction de la durée d'observation T_{max} (signal analytique)

de fréquences de résonance d'après les spectres des résultats de simulation nous paraît difficilement envisageable. D'une part, il faudrait que les raies soient extrêmement fines pour éviter le recouvrement de modes et ainsi les discerner toutes. D'autre part, la variation de l'amplitude de ces raies peut-être très importante, d'autant plus que ces amplitudes dépendent de la position d'observation du champ. La méthode qui consisterait à détecter, de façon automatique, une raie lorsque son amplitude est supérieure à une valeur seuil semble donc peu fiable. Notons, au passage, que le nombre de modes par MHz ne représente pas le nombre de fréquences de résonance. En effet, les modes étant majoritairement dégénérés en hautes fréquences, le nombre de fréquences sur une composante du champ est égal à la moitié du nombre de modes [36].

À titre d'exemple, supposons que l'on veuille déterminer le nombre d'itérations nécessaire pour obtenir un recouvrement nul à 2 GHz (figure 2.10 page suivante). Sachant que cela est réalisé lorsque deux raies sont séparées d'une distance Δf au moins égale à deux ou trois fois la largeur de lobe, c'est-à-dire $\Delta f > 6 d_f$, on en déduit que le pas fréquentiel minimal d_f^{\min} est égal à $\Delta f/6$. À 2 GHz, la distance séparant deux raies est d'environ 20 kHz, d_f^{\min} vaut donc 3,3 kHz. Il faudrait alors plus de 4 millions d'itérations pour obtenir une durée d'observation T_{max} telle que $d_f = 1/T_{max}$ soit égal à d_f^{\min} .

Nous avons montré l'effet du recouvrement de modes sur un signal dont le spectre de raies est censé être d'amplitude constante et égale à 1/2 quelque soit la bande de fréquences considérée. Pour les signaux issus des simulations, les coefficients α_k de l'équation (2.13) sont très variables. Nous constatons cependant le même effet sur leurs spectres. Comme dans le cas précédent, la figure 2.11 page 27 représente le module du spectre échantillonné tous les 20 MHz,

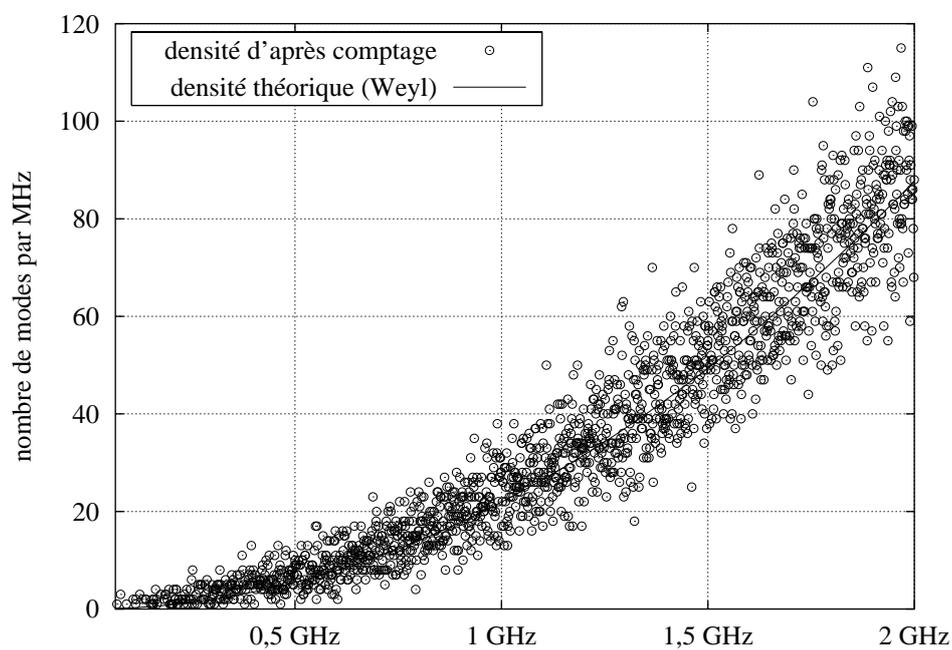


FIG. 2.9 – Densité de modes théorique en fonction de la fréquence

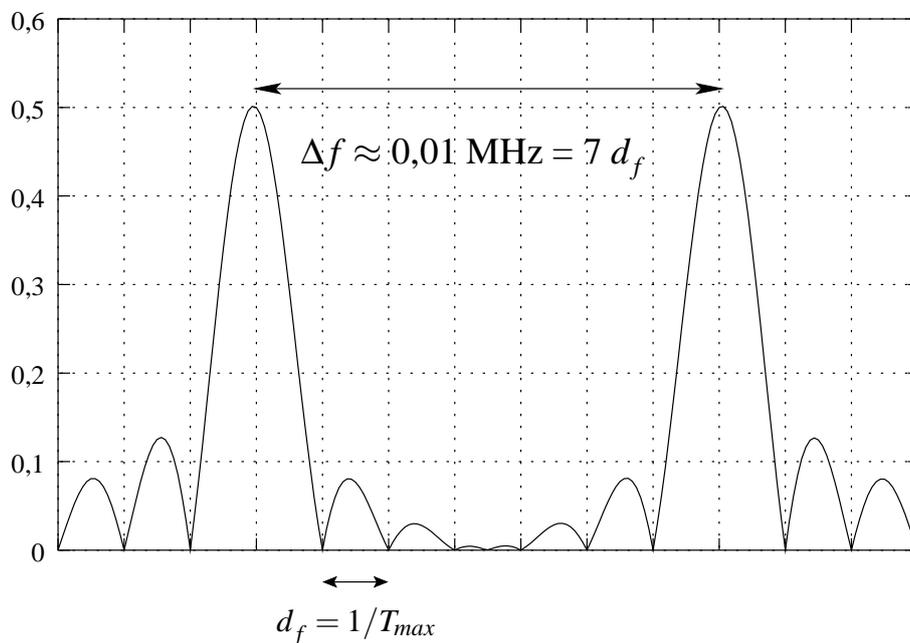


FIG. 2.10 – Condition sur d_f pour obtenir un recouvrement nul à 3 GHz

pour différentes durées d'observations.

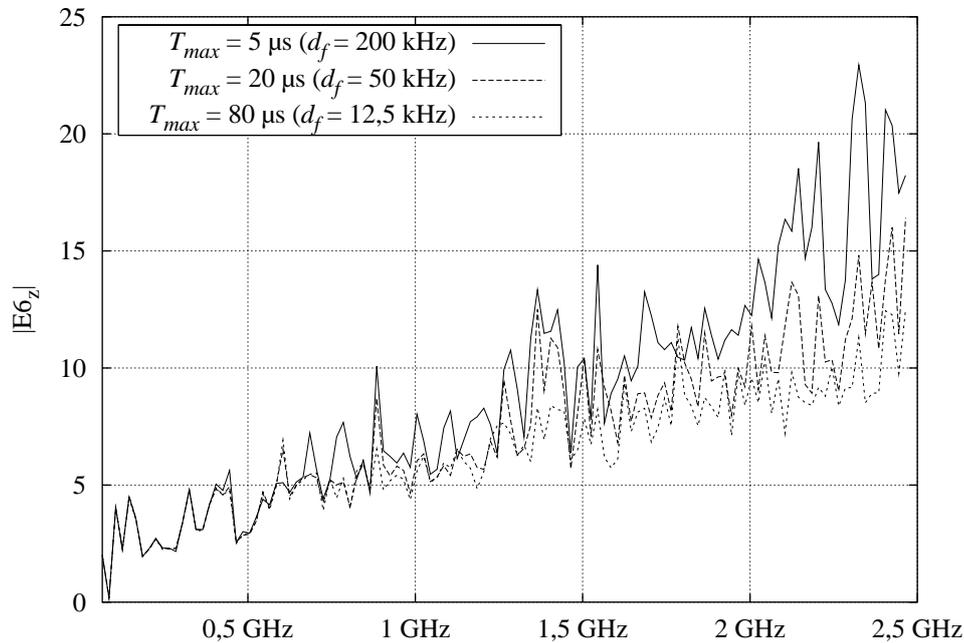


FIG. 2.11 – Influence du recouvrement sur l'amplitude des raies en hautes fréquences en fonction de la durée d'observation T_{max} (simulation)

Nous constatons donc que l'erreur sur l'amplitude des raies augmente avec la fréquence, à cause du recouvrement de modes. Cependant, nous n'affirmons pas ici que cette augmentation est *uniquement* due au phénomène de recouvrement, les mesures de champ effectuées dans la chambre du CERPEM (§ 1.2.1 page 8) montrant que l'amplitude du champ augmente avec la fréquence. Le recouvrement de modes ne fait que contribuer à cette augmentation de l'amplitude des raies.

Nous venons de voir que le signal qui se propage dans une cavité vide parfaite est une combinaison linéaire de fonctions sinusoïdales, de fréquences connues mais de phase et d'amplitude indéterminées (équation (2.12)). Le spectre que l'on obtient en théorie à partir de ce signal temporel est donc une somme de pics de Dirac et la largeur des raies associées aux fréquences de résonance est nulle. L'utilisation de la TFD pour déterminer ces fréquences implique que l'on n'obtient pas une somme de pics de Dirac mais une somme de sinus cardinaux, dont la largeur du lobe principal est proportionnelle à $1/T_{max}$. Nous verrons dans la section 2.4 l'influence des pertes sur les propriétés qui viennent d'être énoncées.

Analysons maintenant la conséquence de cette propriété de la TFD dans le domaine de fréquences utilisé pour les études statistiques (chapitre 4), à savoir à 400 MHz et à 1 GHz.

On dénombre, d'après l'équation (A.11), entre 21 et 23 fréquences propres sur les composantes E_x , E_y et E_z dans une bande d'une dizaine de MHz centrée sur 400 MHz. Les simulations donnent des résultats similaires, bien que légèrement inférieurs (figure 2.12 page suivante). On

trouve en effet dans cette même bande entre 16 et 18 fréquences, selon la composante du champ étudiée.

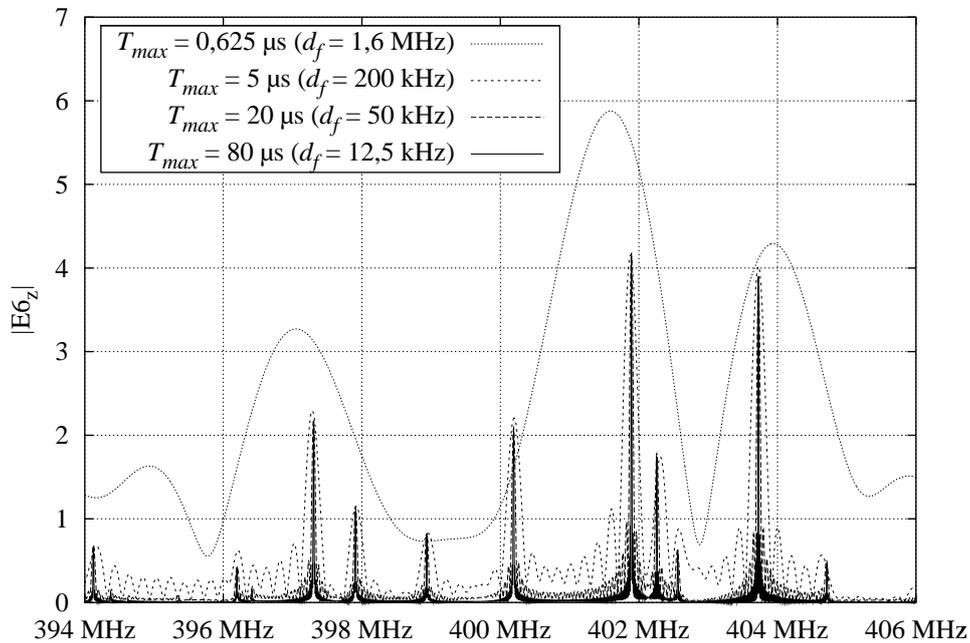


FIG. 2.12 – Amplitude des raies de résonance autour de 400 MHz pour différentes largeurs de fenêtres temporelles

On constate alors que le phénomène de recouvrement ne permet plus de distinguer les différents modes, au fur et à mesure que la longueur de la fenêtre temporelle diminue. Mais surtout, on remarque une augmentation très nette de l'amplitude des raies. Nous reviendrons sur ce problème dans la section consacrée aux études statistiques (chapitre 4).

Si l'on étudie le champ autour de 1 GHz (figure 2.13 page suivante), la densité de modes est telle que le recouvrement des modes ne fait qu'augmenter l'erreur commise sur l'amplitude des raies.

En effet, pour $T_{max} = 5 \mu s$ par exemple, la résolution fréquentielle est de 200 kHz, c'est-à-dire que, pour une fenêtre temporelle rectangulaire, la largeur du lobe principal est de 400 kHz. Il y a une centaine de fréquences sur une bande de 12 MHz, ce qui représente un écart fréquentiel moyen de l'ordre de 100 kHz, très inférieur à la largeur d'un lobe. Il n'est donc plus possible de discerner chaque raie dans cette bande de fréquences : d'une part, chaque raie du spectre est associée à quatre fréquences de résonance environ et d'autre part, rien ne permet *a priori* de distinguer l'amplitude du lobe primaire d'une raie d'un lobe secondaire d'une raie voisine.

Les figures 2.12 et 2.13 montrent que l'erreur commise sur le maximum des raies est donc acceptable pour le temps d'observation utilisé pour les études statistiques ($T_{max} = 5 \mu s$). On remarque d'ailleurs la propriété suivante. Si une résolution fréquentielle fine ($d_f = 12,5 \text{ kHz}$) permet de minimiser l'erreur sur l'amplitude d'une raie lorsque la fréquence d'observation correspond au maximum du lobe principal, elle pose un problème lorsque la fréquence tombe sur un

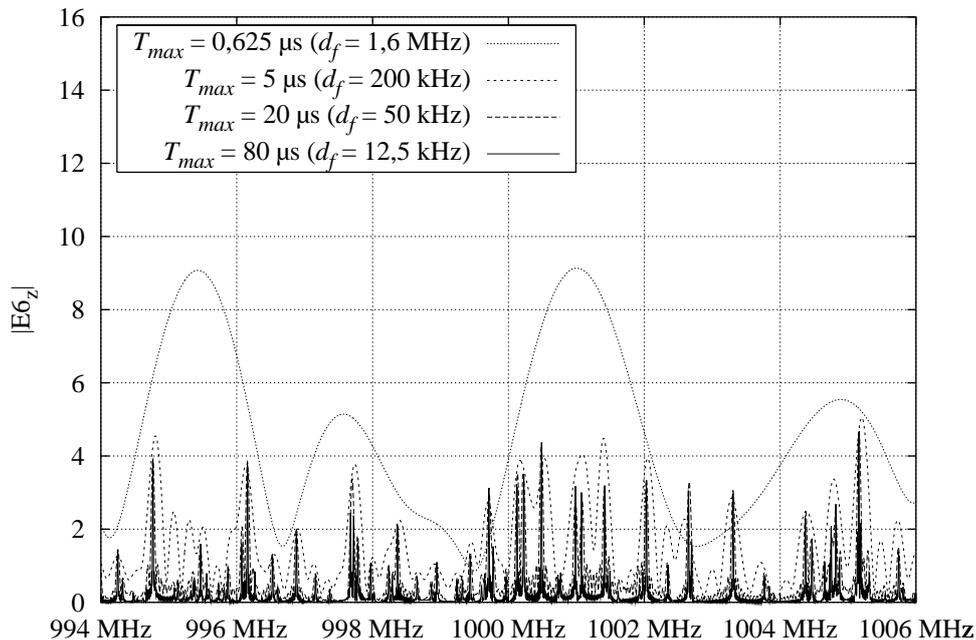


FIG. 2.13 – Amplitude des raies de résonance autour de 1 GHz pour différentes largeurs de fenêtres temporelles

lobe secondaire. L'amplitude de celui-ci n'a en effet aucune signification physique. Par contre, lorsque la résolution fréquentielle est grossière ($d_f = 1,6$ MHz), l'erreur sur l'amplitude est certes très élevée, mais les lobes sont assez larges dans ce cas pour que les oscillations dues aux lobes secondaires soient en quelque sorte lissées.

Ceci dit, ces résultats ne concernent que la chambre sans brasseur. Nous verrons dans la section 3.3 l'influence de la présence du brasseur sur ce recouvrement en hautes fréquences.

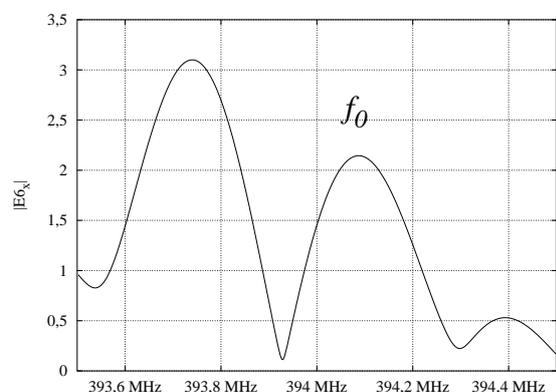
Nous venons d'illustrer le phénomène de recouvrement de modes à partir des spectres des résultats de simulations. Les cartographies de champ permettent d'obtenir un autre aperçu du recouvrement, spatial dans ce cas.

Pour une durée d'observation « normale » (c'est-à-dire la durée $T_{max} = 5$ μs utilisée pour les études statistiques par exemple), le spectre d'un résultat de simulation montre que l'on obtient deux raies sur la composante E_x , dans une bande autour de 400 MHz, dont une raie à 394,09 MHz (figure 2.14 page suivante).

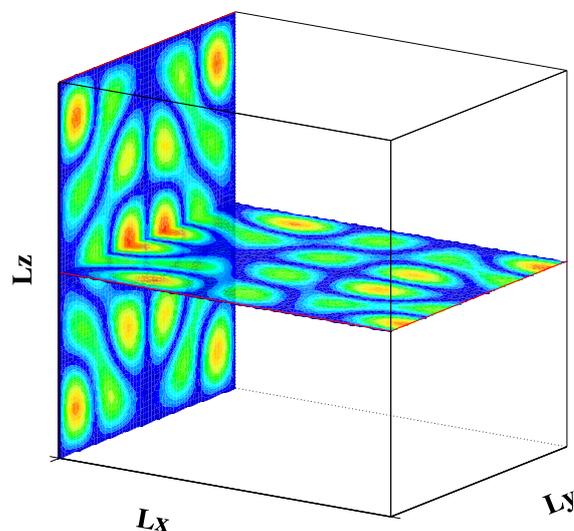
Cette cartographie possède bien une dépendance spatiale régulière, mais elle n'est en rien semblable à ce que pourrait donner un produit de fonctions sinus et cosinus (équations (A.8) et (A.9)). Il ne s'agit en aucun cas de la répartition spatiale d'un mode propre de la cavité. Nous allons voir que cette représentation du champ n'est qu'un artefact dû au recouvrement de modes, et qu'il ne s'agit pas de la configuration réelle du champ dans la chambre.

Si l'on multiplie par 4 la durée d'observation ($T_{max} = 20$ μs), on obtient le spectre et la cartographie de champ de la figure 2.15 page suivante.

On arrive alors à parfaitement caractériser un mode propre de la chambre : il s'agit du mode

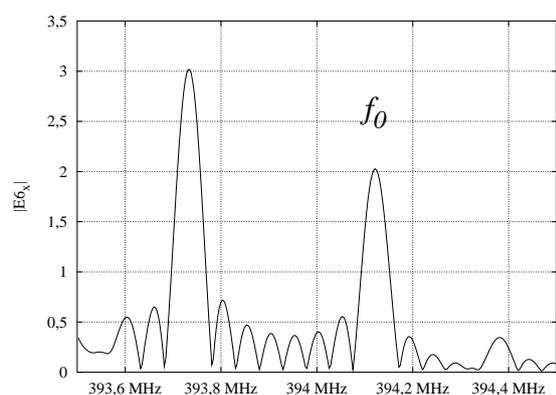


(a) Spectre de raies

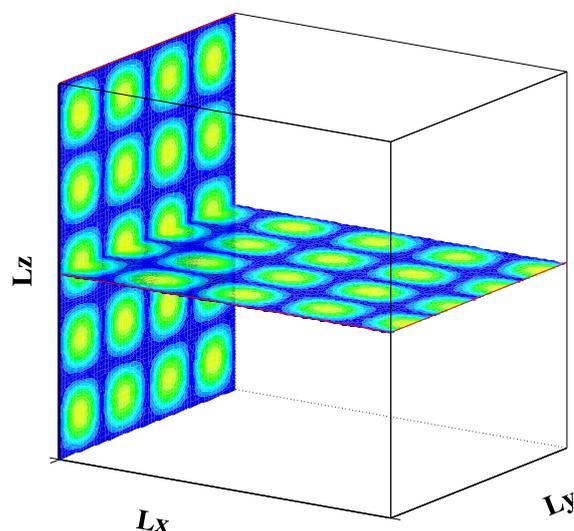


(b) Cartographies de champ sur E_x à la fréquence f_0

FIG. 2.14 – Recouvrement de modes à 394 MHz pour $T_{max} = 5 \mu s$



(a) Spectre de raies



(b) Cartographies de champ sur E_x à la fréquence f_0

FIG. 2.15 – Recouvrement de modes à 394 MHz pour $T_{max} = 20 \mu s$

TE/TM₄₄₅. La cartographie de champ du mode voisin à 393,73 MHz montre que cette fréquence correspond à la fréquence de résonance du mode TE/TM₁₆₃.

Le cartographie de la figure 2.14(b) serait donc due à la superposition des deux modes TE/TM₄₄₅ et TE/TM₁₆₃. En effet, le calcul analytique de la cartographie de champ correspondant à la superposition de ces deux modes donne un résultat tout à fait semblable (figure 2.16).

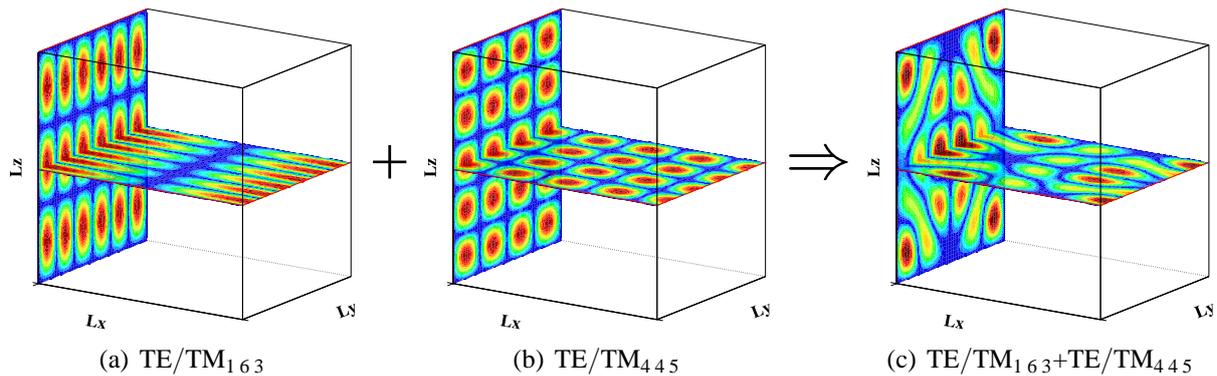
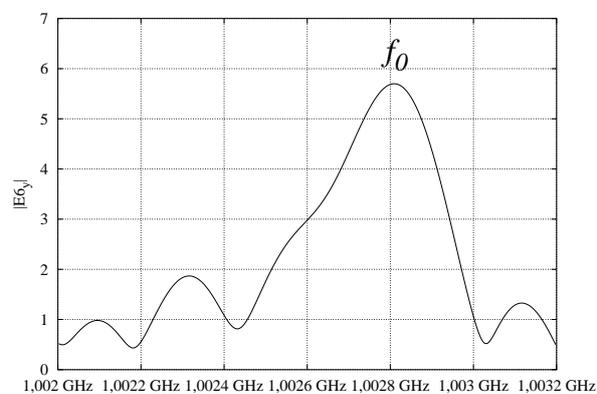


FIG. 2.16 – Cartographies de champ analytiques (composante E_x): superposition des modes TE/TM₁₆₃ et TE/TM₄₄₅ de fréquences proches

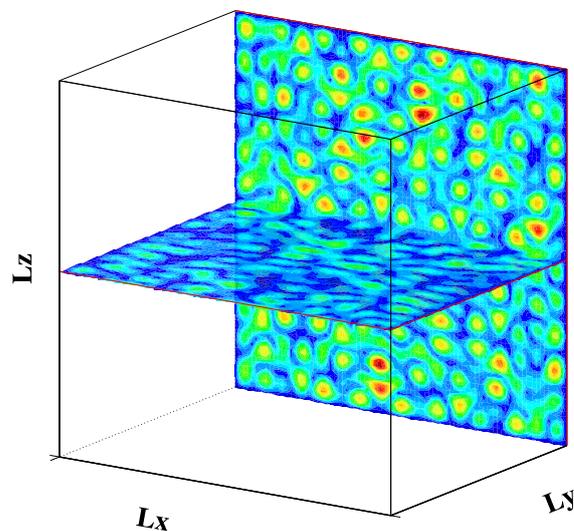
Les résultats de simulations et les cartographies de champ sont en fait un peu plus complexes que cela. Le recouvrement de modes dû à des temps d'observations trop courts fait que les cartographies de champ obtenues par simulations sont de manière générale des combinaisons linéaires des modes propres de la chambre dont les coefficients sont indéterminés. Pour une même fréquence, les cartographies de champ peuvent être le résultat de superposition de modes différents d'une composante du champ à l'autre. Ainsi, pour la composante E_y , à 394,09 MHz, on obtient la combinaison des deux modes TE/TM₄₄₅ et TE/TM₇₁₄, et pour la composante E_z , la cartographie résultante est l'addition des trois modes TE/TM₄₄₅, TE/TM₇₁₄ et TE/TM₁₆₃.

À 1 GHz, le problème est encore différent. En effet, la densité de mode est telle qu'il faudrait une résolution fréquentielle très faible pour espérer reconnaître un mode, ce qui implique des temps de simulations évidemment prohibitifs. On pourrait alors tenter de comparer des combinaisons de cartographies théoriques de modes connus avec celles des simulations, comme nous avons pu le faire de façon relativement satisfaisante à 400 MHz. Le problème est que, à cause de la dispersion numérique (section suivante), qui plus est dans un maillage non uniforme, nous n'avons *a priori* aucune idée des modes qui peuvent être présents dans une bande donnée, à des fréquences de l'ordre du GHz. Il serait beaucoup trop coûteux en temps de calculs de mener une étude à ces fréquences. Afin de donner un aperçu du problème, les figures 2.17 et 2.18 page suivante montrent la résolution fréquentielle et la cartographie de champ d'un mode à 1,0028 GHz, correspondant à des temps d'observations T_{max} de 5 μ s ($N \approx 65\,500$ itérations) et de 20 μ s ($N \approx 262\,000$ itérations) : on ne peut reconnaître aucun mode propre de la chambre à cette fréquence à cause du recouvrement.

Nous avons vu dans cette partie, qu'à cause de la troncature du signal temporel et de son

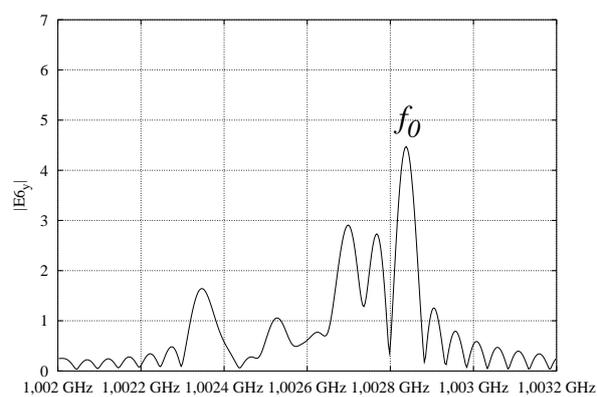


(a) Spectre de raies

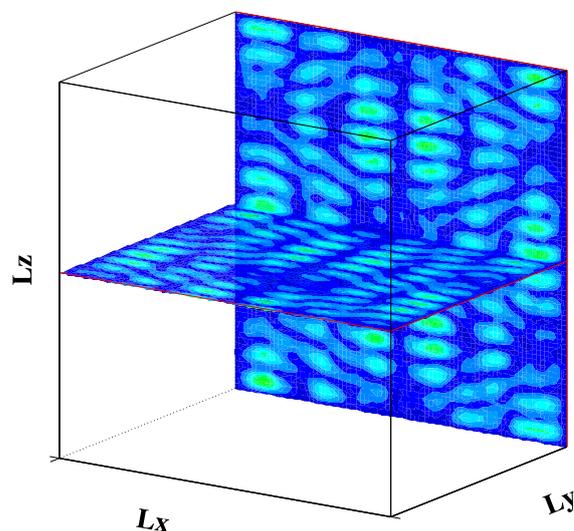


(b) Cartographies de champ sur E_y à la fréquence f_0

FIG. 2.17 – Recouvrement de modes à 1 GHz pour $T_{max} = 5 \mu s$



(a) Spectre de raies



(b) Cartographies de champ sur E_y à la fréquence f_0

FIG. 2.18 – Recouvrement de modes à 1 GHz pour $T_{max} = 20 \mu s$

traitement par la TFD, la réponse de la chambre à une excitation n'est pas un peigne de Dirac, mais une somme de sinus cardinaux de largeur déterminée par la durée d'observation T_{max} . La densité de modes augmentant avec la fréquence, les raies associées aux fréquences de résonance deviennent tellement proches les unes des autres qu'elles finissent par se recouvrir, rendant la détermination de leur amplitude, c'est-à-dire les valeurs de champ, impossible.

Il est donc clairement apparu que pour minimiser cet effet nuisant à la précision des résultats, il était nécessaire de prendre en compte des temps d'observation extrêmement longs afin d'avoir des raies les plus étroites possibles pour éviter le recouvrement entre modes proches.

Ce qui devient très vite irréalisable en terme de temps de calculs.

Si nous arrivons à ce constat, c'est que nous avons considéré jusqu'à maintenant que la cavité était parfaite, c'est-à-dire sans perte : la réponse impulsionnelle est infiniment longue, due au nombre infini de réflexions du champ sur les parois.

Il est évident que cela ne peut correspondre en aucun cas à la réalité. En effet, dans le domaine de la CEM, et particulièrement dans celui des chambres réverbérantes, les pertes sont omniprésentes et de nature différentes [18] : charge des antennes présentes dans la chambre, fuites par rayonnement (le blindage de la cavité ne pouvant être parfait), énergie absorbée par les objets sous test ou pertes par effet Joule (conductivité finie des parois métalliques de la chambre).

La principale modification apportée par l'implémentation des pertes est que le signal temporel tend vers 0 en l'infini, ce qui a pour conséquence d'élargir les raies du spectre. Les raies étant plus larges, le recouvrement de modes est plus important, ce qui augmente l'homogénéité du champ. On va donc modéliser le fonctionnement réel d'une chambre en introduisant ces pertes.

Cependant, cette augmentation du recouvrement de modes peut paraître aller à l'encontre de ce qui vient d'être dit. En fait, nous nous sommes attachés jusqu'ici à minimiser le recouvrement de modes d'un point de vue purement numérique, causé par la troncature du signal temporel. Notre avis est que ce recouvrement n'est pas assimilable à un recouvrement dû à des pertes, même si la présence de pertes au sein de la chambre a pour principale conséquence de rendre le signal temporel fini. Nous présenterons dans la section 4.3.2 quelques résultats statistiques liés à cette approche.

Nous avons notamment considéré jusqu'ici que les parois de la chambre étaient parfaitement conductrices, caractérisées par une conductivité infinie. Nous présenterons à la fin de ce chapitre la méthode utilisée pour implémenter les pertes Joule dans les parois dues à une conductivité finie.

Nous avons vu dans cette partie que le phénomène de recouvrement numérique était inhérent à l'utilisation de la TFD pour traiter les résultats temporels issus des simulations par la méthode FDTD. À cause de la discrétisation des équations de Maxwell par le schéma de Yee, cette méthode numérique modifie la propagation des ondes dans le maillage, ce qui se traduit par l'apparition d'une dispersion « numérique ». Nous allons montrer que cette dispersion dépend d'une part, de la taille d_x , d_y , d_z des cellules du maillage, et d'autre part, du pas de temps discrétisé d_t .

2.3.2 Dispersion numérique et fréquence de coupure associée au maillage

Nous commencerons par traiter le problème posé par la dispersion numérique dans le cas le plus simple, c'est-à-dire un maillage uniforme, pour lequel nous avons une expression analy-

tique de la vitesse de phase. Nous considérerons de plus que ce maillage est constitué de cellules cubiques, afin de simplifier cette expression. Nous finirons de traiter ce sujet en présentant le problème particulier posé par un maillage non uniforme, comme celui que l'on utilise pour modéliser la rotation du brasseur dans la chambre.

Dispersion numérique liée à la taille des cellules

La discrétisation des équations de Maxwell par le schéma de Yee sur un maillage FDTD implique que la vitesse de phase n'est plus constante, comme dans le cas classique, mais dépend des paramètres du maillage : des fréquences différentes se propagent à des vitesses numériques différentes, d'où le terme de « dispersion numérique ». On montre [52] non seulement que cette vitesse de phase numérique décroît avec la fréquence mais qu'elle dépend aussi de l'angle de propagation de l'onde par rapport aux cellules du maillage. Ainsi, dans le cas de cellules cubiques, la dispersion numérique est minimale lorsque l'onde se propage à 45° et maximale lorsqu'elle se propage à 0 ou 90°. La conséquence de cette propriété est que les fréquences de résonance vont être décalées vers les basses fréquences par rapport à leur valeur théorique, ce décalage dépendant à la fois de la fréquence et de l'angle de propagation.

Dans le cas d'une cavité, cette dispersion ne dépend pas de l'angle de propagation, qui n'a pas de sens ici, mais des indices mnp des modes propres de la cavité. Pour l'illustrer, on évalue la vitesse de phase de ces modes propres à partir de l'équation de dispersion numérique (B.1), uniquement valable pour un maillage uniforme. On suppose en plus que les cellules qui le constituent sont cubiques. On en déduit la fréquence propre numérique

$$f_{mnp} = \frac{1}{\pi d_t} \sin^{-1} \left(c d_t \sqrt{\frac{1}{d_x^2} \sin^2 \left(\frac{k_x d_x}{2} \right) + \frac{1}{d_y^2} \sin^2 \left(\frac{k_y d_y}{2} \right) + \frac{1}{d_z^2} \sin^2 \left(\frac{k_z d_z}{2} \right)} \right), \quad (2.14)$$

d'où

$$v_{\phi}^{num} = \frac{\omega_{mnp}}{k} = \frac{2\pi f_{mnp}}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}}, \quad (2.15)$$

en posant

$$k_x = \frac{m\pi}{L_x}, k_y = \frac{n\pi}{L_y}, k_z = \frac{p\pi}{L_z}.$$

On peut alors tracer l'évolution de la vitesse de phase numérique v_{ϕ}^{num} en fonction de la fréquence, en prenant en compte tous les modes présents dans une bande de fréquences donnée. On constate bien d'après les figures 2.19(a) et 2.19(b) page suivante que plus le maillage est fin, plus v_{ϕ}^{num} reste proche de la vitesse c en hautes fréquences.

Par exemple, pour le maillage le plus grossier, constitué de cellules de 8 cm de côté, la vitesse de phase numérique vaut environ 90 % de la vitesse théorique c à 1 GHz (figure 2.19(a)), ce qui provoque un décalage fréquentiel d'une centaine de MHz. La comparaison des cartographies de champ issues des simulations et des cartographies de champ théoriques calculées à ces fréquences confirme ce résultat.

Dans le cas général, ce phénomène de dispersion numérique dépend non seulement de la fréquence, mais aussi de l'angle de propagation [5]. Dans le cas d'une cavité, cette notion d'angle

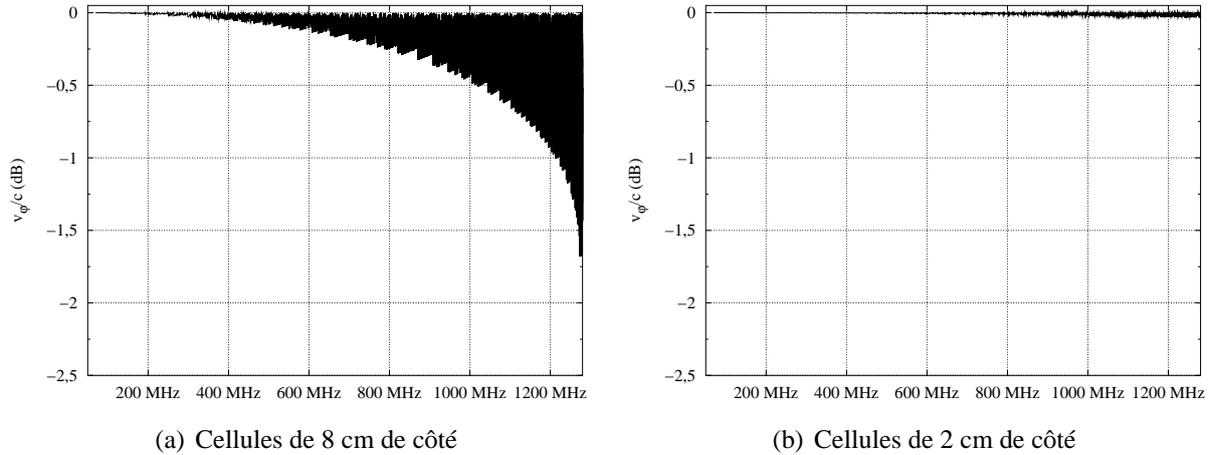


FIG. 2.19 – Évolution de la vitesse de phase numérique dans une cavité en fonction de la fréquence, pour différents maillages uniformes constitués de cellules cubiques

de propagation se traduit par la notion de mode propre TE, TM et TE/TM associée aux indices m , n et p . En effet, l'étude des fréquences de résonances à partir de leur expression analytique tenant compte de la dispersion numérique (équation (2.14)) permet de distinguer plusieurs cas. Ainsi, sur une bande de fréquences donnée :

- les modes TE/TM $_{mnp}$, tels que les indices m , n et p sont petits, subissent un décalage faible ; ce cas correspond aux basses fréquences ;
- les modes TE $_{0np}$, TE $_{m0p}$ et TM $_{mn0}$ subissent un décalage fréquentiel maximal dans le cas où l'un des deux indices non nul est très grand devant l'autre ;
- les modes TE/TM $_{mnp}$ tels que $m \approx n \approx p$ subissent un décalage minimal ;
- les modes TE/TM $_{mnp}$, avec m , n et p grands, subissent un décalage fréquentiel important ; ce cas correspond aux hautes fréquences.

Typiquement, le pire cas se produit lorsque l'un des indices est nul, l'autre égal à 1 et le dernier égal au plus grand indice possible². Ainsi, dans le cas du maillage constitué de $76 \times 60 \times 72$ cellules cubiques de 4 cm de côté, le mode TE $_{1072}$ dont la fréquence de résonance théorique (équation (A.11)) est normalement à 3,75 GHz se retrouve à 2,55 GHz (équation (2.14)), soit un décalage fréquentiel de 1,2 GHz ; sa vitesse de phase numérique vaut alors 69 % de la vitesse c . Un mode propre numérique proche, le TE/TM $_{252827}$, à moins de 5 kHz du précédent, n'est lui décalé que de 9 MHz par rapport à sa fréquence théorique, les trois indices étant proches. Ce cas de figure est extrême mais il montre que le décalage dû à la dispersion numérique peut être très important, même dans une faible largeur de bande.

La question que l'on peut alors se poser est de savoir s'il existe des modes propres pour lesquels la vitesse de phase est exactement égale à la vitesse c , c'est-à-dire ne subissant aucun décalage fréquentiel. Le décalage est *minimal*, mais non nul, pour un angle de propagation de 45° [52]. Ce cas correspond à $m \approx n \approx p$. Dans le cas de cellules cubiques, il existe en effet

2. C'est-à-dire égal au nombre de cellules dans la direction qui lui est associée.

une condition sur les indices m , n et p pour que la fréquence numérique $f_{mnp}^{\text{numérique}}$ d'un mode propre soit égale à la fréquence théorique $f_{mnp}^{\text{théorique}}$. Le décalage fréquentiel dû à la dispersion numérique est alors identiquement nul. Pour déterminer ces fréquences, nous allons montrer que l'on peut trouver une solution à l'équation

$$f_{mnp}^{\text{théorique}} = f_{mnp}^{\text{numérique}}. \quad (2.16)$$

On cherche sous quelle condition on peut obtenir l'égalité des équations (A.11) et (2.14). Notons dim_x , dim_y et dim_z , le nombre de cellules du maillage selon les trois directions Ox , Oy et Oz tel que les dimensions de la cavité puissent s'écrire $L_x = dim_x d_x$, $L_y = dim_y d_y$ et $L_z = dim_z d_z$. Sachant que nous avons dans ce cas particulier, $d_x = d_y = d_z$, nous obtenons, en remplaçant k_x , k_y et k_z par leur expression en fonction des indices m , n et p :

$$f_{mnp}^{\text{numérique}} = \frac{1}{\pi d_t} \sin^{-1} \left(\frac{c d_t}{d_x} \sqrt{\sin^2 \left(\frac{m\pi}{2dim_x} \right) + \sin^2 \left(\frac{n\pi}{2dim_y} \right) + \sin^2 \left(\frac{p\pi}{2dim_z} \right)} \right).$$

Le seul moyen de faire disparaître le terme en \sin^{-1} est de faire sortir les \sin^2 de la racine carrée. Il est donc nécessaire de rendre ces trois termes égaux, soit :

$$\frac{m}{dim_x} = \frac{n}{dim_y} = \frac{p}{dim_z}. \quad (2.17)$$

Or, dans le cas particulier d'un maillage cubique, d_t est donné par (§ 2.3.2 page 39) :

$$d_t = \frac{\sqrt{3}d_x}{c}. \quad (2.18)$$

L'expression de $f_{mnp}^{\text{numérique}}$ se simplifie alors en

$$f_{mnp}^{\text{numérique}} = \frac{m}{2dim_x} f_e, \quad (2.19)$$

où $f_e = 1/d_t$ est la fréquence d'échantillonnage. Si l'on considère maintenant l'expression de $f_{mnp}^{\text{théorique}}$ et la condition (2.17), on obtient :

$$f_{mnp}^{\text{théorique}} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_x}\right)^2} = \frac{c}{2L_x} m \sqrt{3} = \frac{c\sqrt{3}}{d_x} \frac{m}{2dim_x},$$

soit, d'après l'équation (2.18) :

$$f_{mnp}^{\text{théorique}} = \frac{m}{2dim_x} f_e = f_{mnp}^{\text{numérique}}. \quad (2.20)$$

On obtient donc un décalage fréquentiel nul pour les modes propres dont la fréquence est donnée par l'équation (2.20) sous la condition (2.17). Pour le maillage de notre exemple, seuls quatre modes répondent à la condition :

- le mode TE/TM_{19 15 18} ($f_{19 15 18} = 1/8 f_e \approx 1,6$ GHz) ;

- le mode TE/TM_{38 30 36} ($f_{38\ 30\ 36} = 1/4 f_e \approx 3,3$ GHz);
- le mode TE/TM_{57 45 54} ($f_{57\ 45\ 54} = 3/8 f_e \approx 4,9$ GHz);
- et le mode TE/TM_{76 60 72} ($f_{76\ 60\ 72} = 1/2 f_e \approx 6,5$ GHz).

Les modes dont les indices sont proches de la condition (2.17) subissent un décalage fréquentiel faible. Il existe donc des modes en hautes fréquences dont la vitesse de phase numérique est proche de la vitesse c . Cette propriété explique l'allure de la courbe de la figure 2.20 : la vitesse de phase numérique n'est pas monotone par rapport à la fréquence et le fait qu'elle soit « pleine » montre qu'elle subit une grande variation d'un mode à l'autre. Cette figure illustre à la fois la dépendance de la vitesse de phase vis-à-vis de la fréquence et de l'ordre mnp du mode considéré.

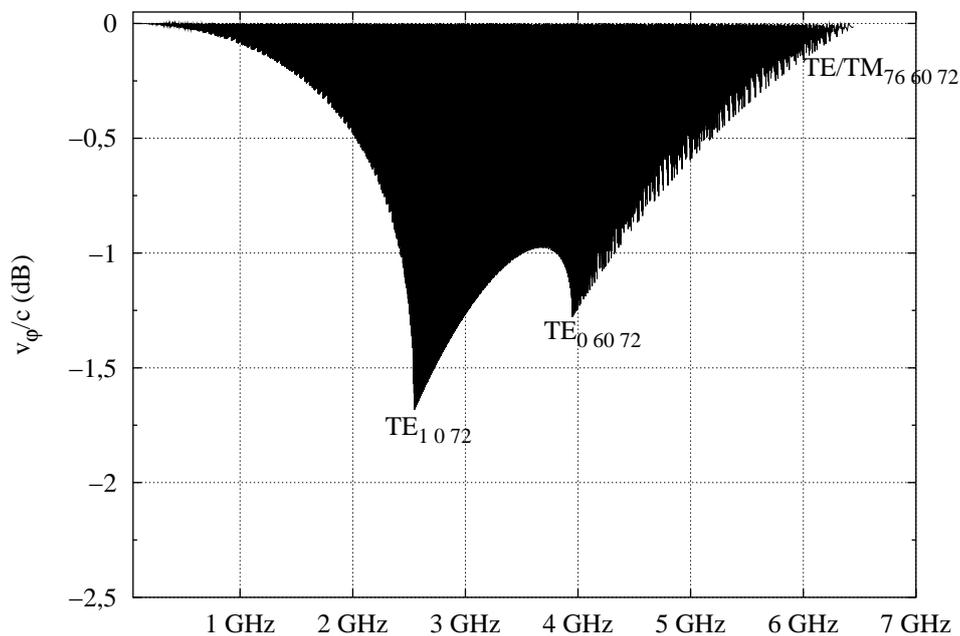


FIG. 2.20 – Évolution de la vitesse de phase en fonction de la fréquence, schéma d'ordre 2 en espace et en temps

Le mode TE/TM_{76 60 72} est particulier. Sa fréquence de résonance correspond à la fréquence de coupure f_{CM} du maillage, déterminée par un raisonnement simple sur la périodicité spatiale des modes propres mnp (annexe B). Nous montrons dans cette annexe que d'une part, les modes TE/TM _{mnp} dont la fréquence (équation (A.11)) est supérieure à une certaine fréquence f_{max} (équation (B.2)) ne peuvent plus se propager dans le maillage sans déformation, et d'autre part, qu'au-delà de la fréquence de coupure f_{CM} , ils ne peuvent plus se propager du tout : le critère de Shannon est ainsi vérifié, puisque f_{CM} est égal à la moitié de la fréquence d'échantillonnage f_e . Les cartographies des modes dont la fréquence est supérieure à f_{max} ne correspondent pas aux équations (A.8) et (A.9). Par conséquent, ce ne sont pas des modes propres « physiques » de la cavité. On montre d'ailleurs [52] que le phénomène de dispersion numérique implique que

le maillage FDTD se comporte comme un filtre passe-bas : les ondes électromagnétiques ne se propagent plus dans le maillage lorsque la dimension d'une cellule est comprise entre un tiers et la moitié de la longueur d'onde, en fonction de l'angle de propagation. Les modes se propageant de moins en moins bien avec la fréquence, la densité de modes reste à peu près constante sur une bande de fréquence $[f_c^{\min}, f_c^{\max}]$, correspondant à $[1/2 \lambda, 1/3 \lambda]$, puis diminue au lieu d'augmenter (figure 2.21).

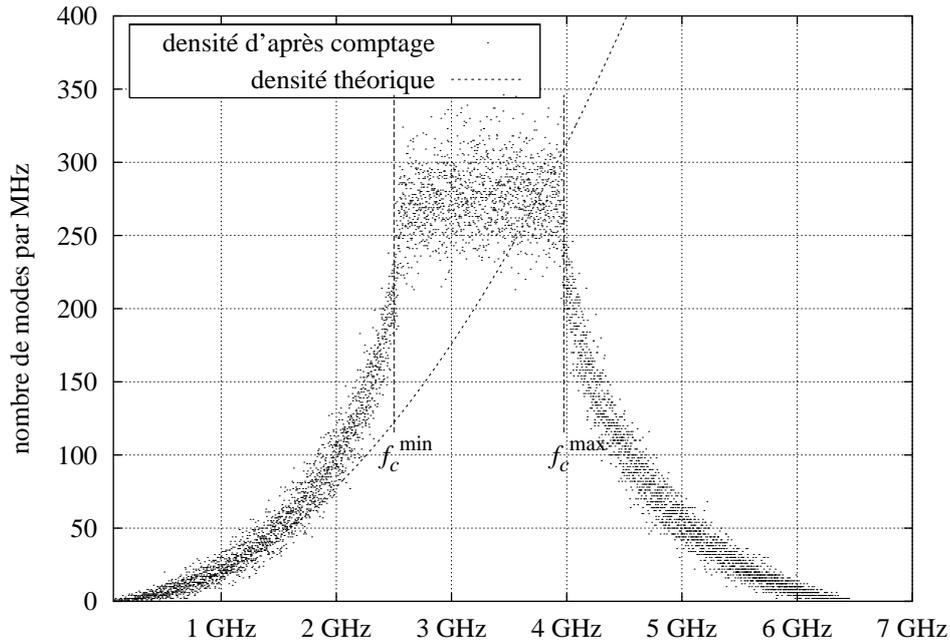


FIG. 2.21 – Évolution de la densité de modes en fonction de la fréquence avec prise en compte de la dispersion numérique

Nous pouvons faire deux remarques sur cette figure. Premièrement, la fréquence f_c^{\min} correspond à la fréquence du mode qui a la vitesse de phase la plus faible, c'est-à-dire le mode $TE_{1\ 0\ 72}$; au-delà de cette fréquence, les modes dont l'un des indices est très grand devant les deux autres, ne se propagent plus. La fréquence f_c^{\max} est associée au mode $TE_{0\ 60\ 72}$: les modes caractérisés par leurs indices tels que $m \approx n \approx p$ ou tels que deux des trois indices soient peu différents ne se propagent plus au-delà de cette fréquence. Deuxièmement, la densité de modes obtenue d'après simulation commence à s'écarter de la densité de modes théorique bien en-dessous de la fréquence f_c^{\min} , vers 1,5 GHz. Ce sont les modes provenant de plus hautes fréquences et soumis à un décalage fréquentiel important qui contribuent à cette augmentation du nombre de modes. On ne pourra donc considérer les résultats en hautes fréquences (études statistiques du chapitre 4) que dans une bande de fréquences donnée, inférieure à 1,5 GHz.

La conséquence de cette évolution en fréquence de la densité de modes est alors évidente, comme le montrent les figures 2.22(a) et 2.22(b) page suivante : le recouvrement de modes, c'est-à-dire l'amplitude des raies, diminue en hautes fréquences avec la densité de modes.

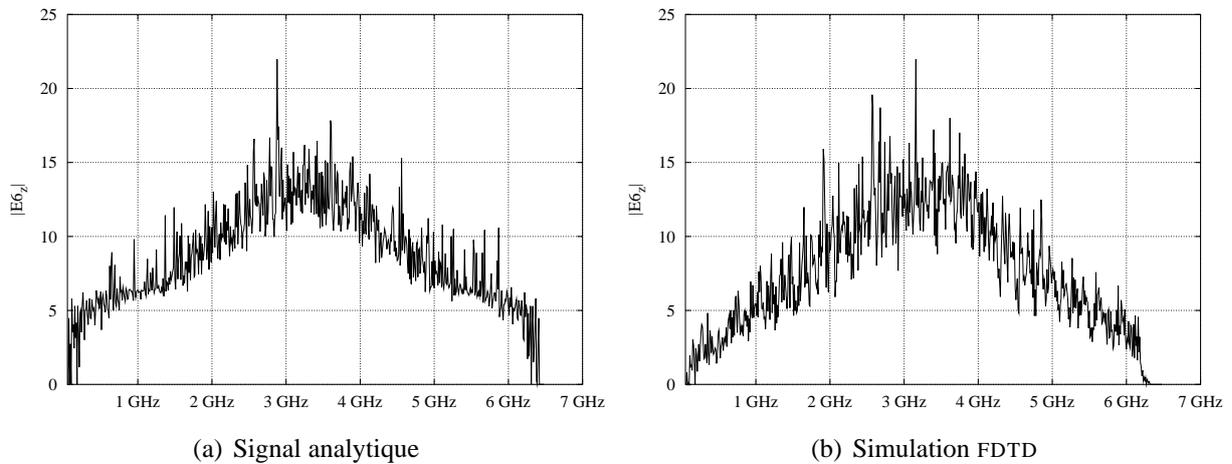


FIG. 2.22 – Évolution de l'amplitude des raies sur le spectre entier

La figure 2.22(a) représente le spectre d'un signal analytique calculé à partir de l'équation (2.12), avec des α_k et des φ_k variant aléatoirement, *indépendamment de la fréquence*. Précisons que le décalage dû à la dispersion numérique est pris en compte dans le calcul des fréquences f_k (équation (2.14)). Cependant, bien que les deux spectres ne soient pas tout à fait semblables, la conclusion sur le profil du spectre en fonction de la fréquence reste hasardeuse, le calcul du signal analytique ne prenant pas en compte tous les phénomènes liés à la dispersion et au maillage FDTD.

Remarquons enfin que pour réduire cette erreur due à la dispersion numérique, on pourrait utiliser un schéma d'ordre 4 en espace et en temps [50]. Comme le montre la figure 2.23 page suivante, l'erreur sur la vitesse de phase est réduite de façon significative par rapport au schéma classique de Yee d'ordre 2 (figure 2.20 page 37).

Nous venons de voir que, sous l'influence de l'équation de dispersion numérique liée au schéma de Yee, les fréquences de résonance des modes propres sont décalées vers les basses fréquences, souvent de manière considérable en hautes fréquences. Ce constat nous amène à nous poser la question suivante : si le décalage en fréquence est aussi important, qu'en est-il de l'influence de la dispersion numérique sur l'amplitude des raies ? Ces fréquences sont-elles décalées en conservant leur amplitude ? La réponse à cette question reste difficile à évaluer.

Dispersion numérique liée au pas de temps

Le décalage fréquentiel observé sur les résultats de simulation est relativement facile à évaluer, puisque les cartographies de champ permettent de reconnaître, dans une certaine bande de fréquences, à quel mode est associée une fréquence de résonance donnée, en les comparant à des cartographies théoriques calculées analytiquement. Nous avons vu dans la section 2.3.1 que lorsque une cartographie issue d'une simulation n'a pas une forme facilement reconnaissable, il est possible de la comparer à une cartographie résultant de combinaisons de cartographies analytiques de modes dont la fréquence est proche de la fréquence étudiée. Cependant, si cette méthode

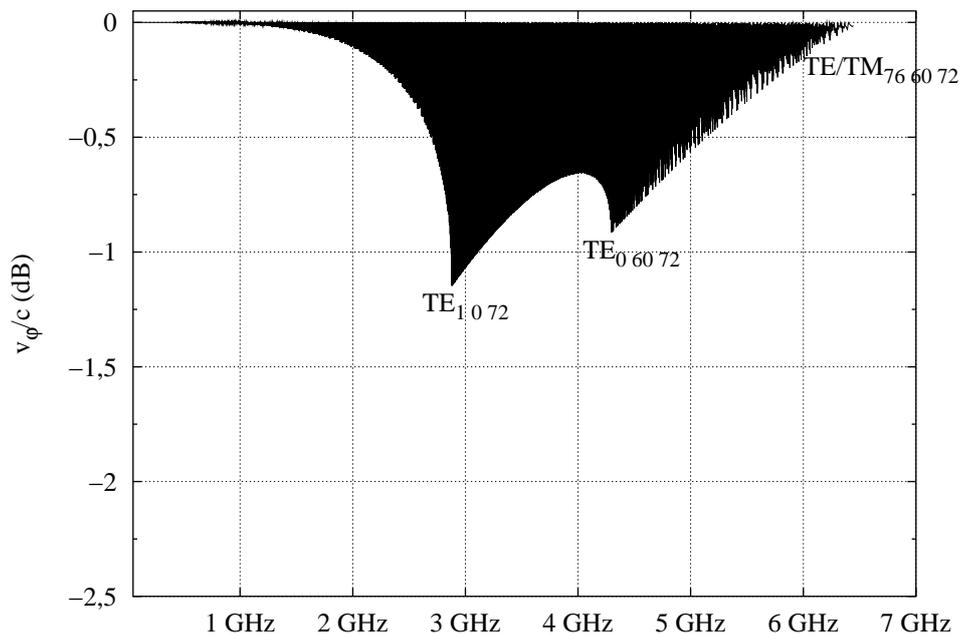


FIG. 2.23 – Évolution de la vitesse de phase en fonction de la fréquence, schéma d'ordre 4 en espace et en temps

permet de caractériser spatialement un mode et d'en déduire le décalage fréquentiel subi, elle ne donne aucune information sur l'altération de son amplitude par la dispersion numérique.

Cette dispersion dépendant de la taille des cellules, une méthode simple à mettre en place serait de comparer des amplitudes de raies à partir de simulations effectuées sur deux maillages différents, dont la taille des cellules du premier maillage serait le double de celles du deuxième par exemple. Malheureusement, il nous est apparu impossible de faire de telles comparaisons, n'ayant pu déterminer un quelconque rapport entre l'amplitude des raies dans les deux cas, et les différents paramètres intervenant dans la simulation (pas de temps, dimensions des cellules, etc). La figure 2.24 page suivante montre le spectre du champ sur la bande 70-400 MHz, simulé au même endroit et avec le même pas fréquentiel d_f (qui a été choisi le plus petit possible afin de minimiser le recouvrement de modes) pour deux maillages différents. L'amplitude de l'excitation utilisée pour le maillage constitué de cellules de 8 cm de côté a été fixée au huitième de celle du maillage constitué de cellules deux fois plus petites, afin de garder des amplitudes du même ordre de grandeur. Globalement, les amplitudes des raies dans les deux cas sont assez similaires mais une étude minutieuse pour chaque raie montre en fait que le rapport de l'amplitude d'une raie dans les deux maillages n'est pas constant en fonction de la fréquence. Aussi avons-nous abandonné cette méthode.

Nous utilisons donc un autre moyen, qui consiste à introduire une dispersion numérique artificielle importante, en modifiant le pas de temps discrétisé d_t .

Afin d'obtenir un schéma stable dans le temps, on montre [52] que le pas de temps d_t doit

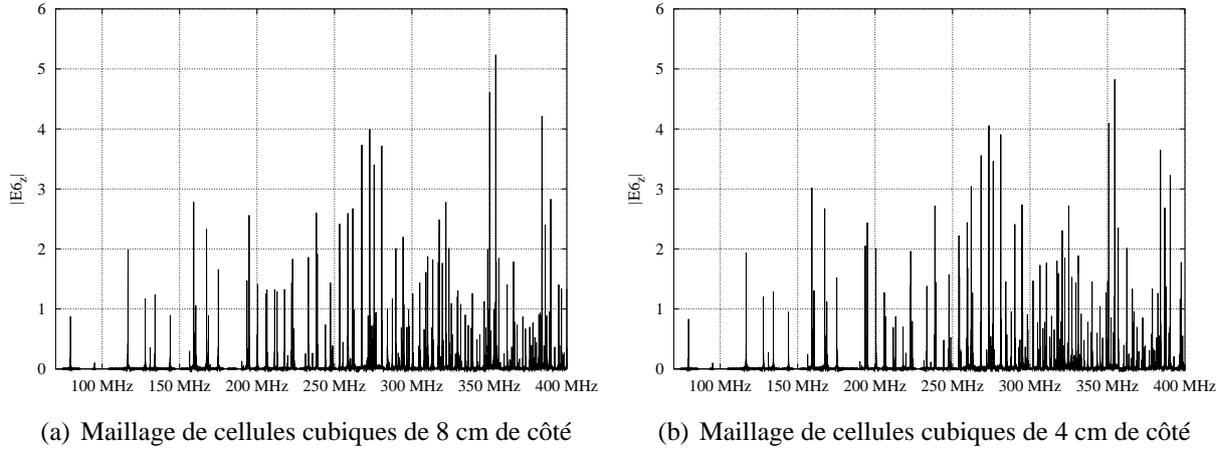


FIG. 2.24 – Spectre du champ simulé pour deux maillages différents

vérifier l'inégalité suivante (critère de Courant-Friedrichs-Lewy) :

$$d_t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{d_x^2} + \frac{1}{d_y^2} + \frac{1}{d_z^2}}}, \quad (2.21)$$

où d_x , d_y et d_z sont les dimensions des cellules, et c , la célérité des ondes électromagnétiques.

De manière générale, on prend une valeur comprise entre 0,90 et 0,99 afin d'assurer la stabilité du schéma. Mais notre objectif étant de minimiser le phénomène de dispersion numérique, nous nous imposons une condition sur le pas de temps plus stricte que celle de l'équation (2.21).

En effet, prenons l'égalité stricte de cette équation. Le pas de temps d_t est alors défini comme étant le pas optimal d_t^{opt} . Les résultats de simulation (figure 2.25(a)) montrent que la fréquence de coupure est environ de 6,5 GHz, ce qui correspond bien à la fréquence de coupure f_{CM} de l'équation (B.3). Notons que nous avons toujours fixé d_t égal à d_t^{opt} dans les simulations, ce qui est rarement le cas dans la littérature, sans jamais rencontrer de problème de stabilité.

Imposons maintenant un pas de temps d_t égal à la moitié du pas de temps optimal d_t^{opt} . Dans ce cas, la fréquence de coupure f_{CM} a nettement diminué, puisqu'elle est passée de 6,5 GHz à 4,33 GHz (figure 2.25(b)). Ce décalage n'étant pas constant en fonction de la fréquence, il s'agit bien d'un phénomène de dispersion.

Dans ce cas, il n'est plus possible de trouver une solution à l'équation (2.16). Il n'y a donc plus de modes dont le décalage fréquentiel est nul, ou dont la vitesse de phase v_ϕ^{num} est égale à la vitesse c , ce qu'illustre bien la figure 2.26 page suivante.

Cela étant dit, le problème n'est pas pour autant résolu. L'idée est de comparer l'amplitude d'une raie donnée dans le cas où le pas de temps est fixé à d_t^{opt} et dans le cas où il vaut la moitié. En basses fréquences, où les fréquences de résonance sont bien distinctes, la différence est très faible, inférieure au %. Pour les études statistiques par exemple, c'est plutôt l'erreur sur la valeur de champ à des fréquences de plusieurs centaines de MHz qui nous intéresse. Bien que l'on constate que les amplitudes des raies sont modifiées lorsque d_t passe de d_t^{opt} à $1/2 d_t^{opt}$, rien

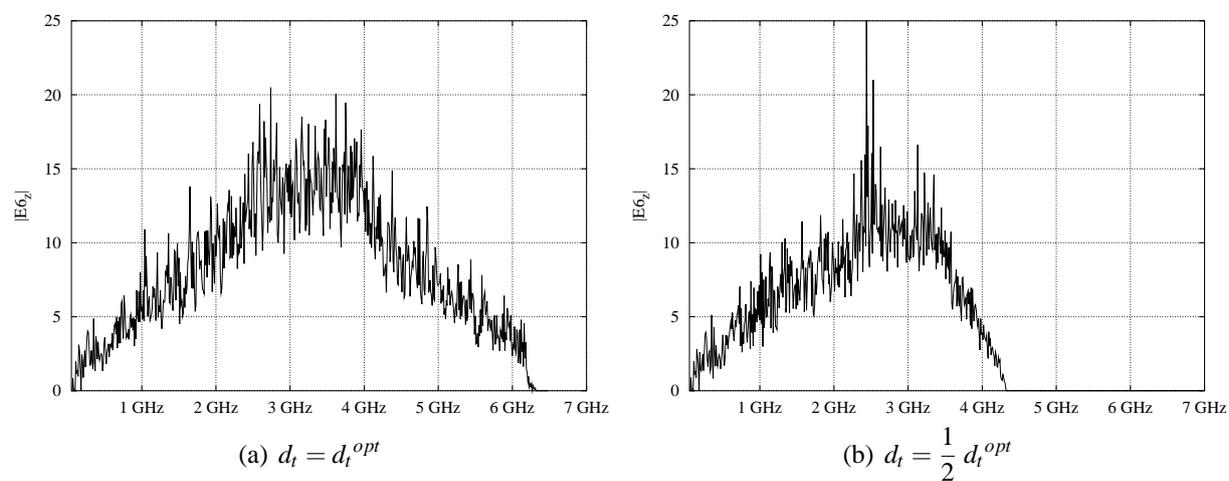


FIG. 2.25 – Influence du pas de temps d_t sur la fréquence de coupure

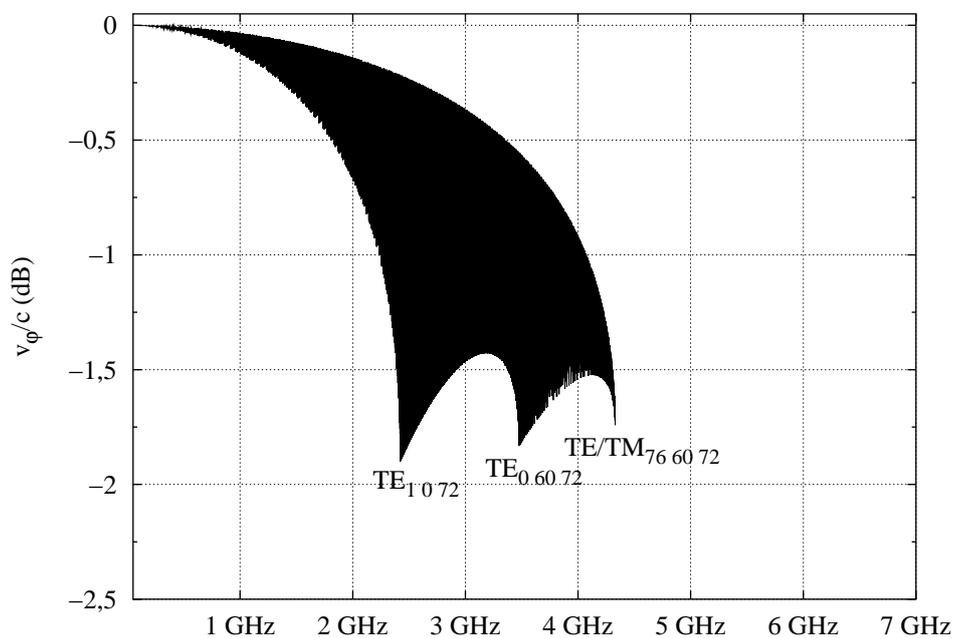


FIG. 2.26 – Évolution de la vitesse de phase en fonction de la fréquence pour $d_t = 1/2 d_t^{opt}$

ne permet d'affirmer que cette variation est due à la dispersion numérique, sans qu'intervienne un phénomène de recouvrement, la densité de modes étant importante à ces fréquences. Il faudrait alors utiliser des temps d'observation très longs pour éviter tout recouvrement et pouvoir conclure sur l'influence de la dispersion numérique sur l'amplitude des raies. Aussi n'avons-nous pas poussé cette étude plus loin, en espérant que cet effet soit négligeable !

Nous avons présenté jusqu'ici des résultats concernant le cas d'un maillage uniforme avec un pas de temps optimisé, c'est-à-dire égal au pas de temps d_t^{opt} . Cependant, nous avons montré (section 2.2) que l'utilisation d'un maillage non uniforme était nécessaire, afin que la rotation du brasseur dans la chambre se fasse correctement. Ceci a deux conséquences importantes : il n'est plus possible de faire des comparaisons avec les formules analytiques (fréquences de résonance, vitesse de phase) et le pas de temps d_t utilisé est forcément « dispersif », même s'il est égal au pas de temps optimal d_t^{opt} .

Dispersion numérique dans un maillage non uniforme

La problématique est en fait assez simple. Tout d'abord, le maillage utilisé pour modéliser le brasseur contient des cellules cubiques de dimensions d_{xyz}^3 et des cellules parallélépipédiques rectangulaires de dimensions d_x , d_y ou d_z , celles-ci étant légèrement supérieures à d_{xyz} , dans un rapport inférieur à 1,2. L'équation de dispersion (B.1), ainsi que l'équation (2.14) pour la fréquence propre et l'équation (2.15) pour la vitesse de phase ne sont donc plus valables, puisqu'elles ne tiennent pas compte des différentes tailles des cellules. Cela peut être gênant pour la caractérisation des modes propres de la chambre, puisque ces expressions permettent de donner une idée de la bande de fréquences où se situe un mode donné.

On montre [41], bien que les différences ne soient plus centrées à cause des différentes tailles de cellules, que le schéma de Yee reste globalement du second ordre. Cependant, le pas de temps d_t étant choisi par rapport aux dimensions des cellules les plus petites, pour des raisons de stabilité du schéma, il n'est pas égal au pas de temps optimal lorsque l'onde se propage dans les cellules non cubiques, les plus grosses. La conséquence qui en découle est que le phénomène de dispersion numérique est plus important dans un maillage non uniforme que dans un maillage uniforme, pour des tailles de cellules équivalentes.

Les deux courbes de la figure 2.27 page suivante représentent le décalage fréquentiel que subissent les modes propres par rapport à leur fréquence théorique (équation (A.11)), autour de 400 MHz. Ces résultats sont issus de simulations effectuées sur deux maillages différents. Le premier maillage, non uniforme, est celui utilisé pour la chambre du CERPEM. Le second maillage, uniforme, est associé à une cavité de dimensions semblables à celles de la chambre. Il est constitué de cellules cubiques, de la même taille que les cellules cubiques contenues dans le maillage non uniforme de la chambre. Notons que la chambre du CERPEM et la cavité n'ayant pas exactement les mêmes dimensions, le décalage est évalué pour les mêmes modes dans les deux cas, mais à des fréquences légèrement différentes. Le pas de temps discrétisé d_t , la fréquence d'échantillonnage f_e , sont donc les mêmes pour les deux maillages, ainsi que le nombre d'itérations N , c'est-à-dire le pas fréquentiel $d_f = 1/T_{max}$.

Cette figure met donc en évidence le fait que le décalage fréquentiel dû à la dispersion numérique est plus important dans un maillage non uniforme que dans un maillage uniforme. De plus,

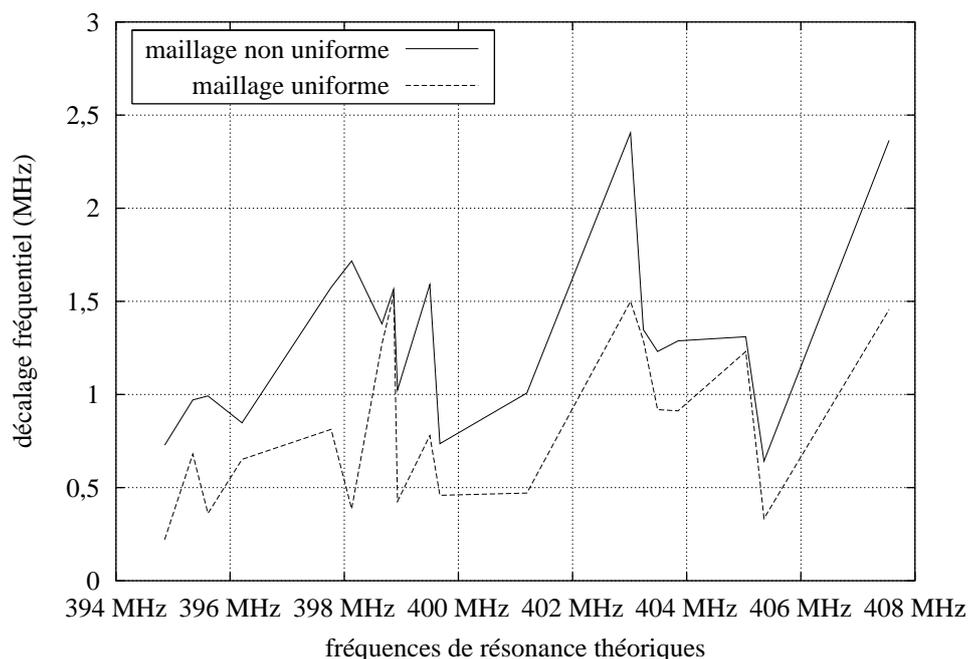


FIG. 2.27 – Comparaison du décalage fréquentiel entre un maillage uniforme et un maillage non uniforme par rapport aux fréquences théoriques sans dispersion

pour un maillage donné, ce décalage par rapport à la fréquence théorique est assez erratique sur une petite bande de fréquences telle qu'une dizaine de MHz. Enfin, il est fort probable que cette différence augmente avec la fréquence.

Nous venons donc de voir dans cette partie qu'à un maillage donné est associé une bande de fréquences sur laquelle nous pouvons considérer les résultats comme peu perturbés par la dispersion numérique. Cependant, cette bande est faible et reste confinée aux basses fréquences. Si l'on désire faire une étude sur des fréquences plus élevées, il est nécessaire de mailler plus finement la chambre, ce qui implique que le pas de temps d_t est aussi plus petit, celui-ci étant lié aux dimensions des cellules. Mais il faut alors prendre un nombre d'itérations N d'autant plus grand pour garder le même temps d'observation T_{max} , afin de conserver la même résolution fréquentielle, ce qui augmente considérablement les temps de calculs. Tout le problème est alors de choisir un maillage ni trop fin ni trop grossier pour un nombre d'itérations raisonnable, en fonction de la bande de fréquences étudiée.

Le critère utilisé jusqu'ici pour justifier le choix du nombre d'itérations N était de minimiser le recouvrement entre modes proches : plus N est grand, plus les raies sont fines et moins le recouvrement est important. Nous allons voir qu'avec l'implémentation des pertes dans la chambre, le nombre N est aussi soumis à un critère, mais dans un tout autre but : obtenir une forme de raie comparable à ce que l'on obtient en mesures.

2.4 Prise en compte des pertes dans la chambre

Pour prendre en compte ces pertes, nous avons choisi deux approches différentes. Pour cela, nous introduisons les notions de « pertes simulées » et de « pertes modélisées ». La première notion associe l'ensemble des pertes aux pertes par effet Joule dans les parois, par l'intermédiaire de leur conductivité σ . Elle consiste à modifier les équations de Maxwell sur les surfaces métalliques en considérant cette conductivité. Nous appelons cette approche « méthode des pertes simulées » car elle nécessite de refaire des simulations FDTD avec les équations modifiées.

La deuxième approche est beaucoup plus générale, ce qui en fait d'ailleurs son intérêt. Elle est basée sur la notion de facteur de qualité de la chambre, noté Q . Cette notion est tout à fait générale car elle ne tient pas compte d'un type de pertes particulier. Elle résume, en un seul facteur, l'ensemble des pertes pouvant exister au sein d'un système résonnant, comme une chambre réverbérante. Nous déduisons de la réponse impulsionnelle fréquentielle d'un tel système une fenêtre dans le domaine temporel, que nous appliquons au signal issu d'une simulation de la chambre *sans perte*. Il n'est donc pas nécessaire, avec cette approche, de relancer des simulations. Ceci est un avantage certain, étant donné que la majorité des simulations effectuées durant cette thèse ont été faites sans perte.

Notons enfin que ces deux méthodes sont à bande étroite. Pour la méthode des pertes simulées, l'épaisseur de peau δ est évaluée à fréquence fixe. On pourra donc considérer les résultats dans une petite bande autour de cette fréquence. Pour la méthode des pertes modélisées, l'introduction d'un facteur de qualité moyen permet d'étendre cette bande de fréquences sur plusieurs dizaines de MHz.

Nous terminerons cette partie par une comparaison des résultats fournis par les deux méthodes, et nous présenterons le lien existant entre elles.

2.4.1 Méthode des pertes simulées : conductivité finie des parois de la chambre

Implémentation de la conductivité

La prise en compte de la conductivité σ des parois modifie les conditions aux limites des équations de Maxwell : les composantes tangentielles du champ \vec{E} et la composante normale du champ \vec{H} ne sont plus nulles sur les parois. Le champ électromagnétique est alors régi par l'équation de Maxwell-Ampère suivante :

$$\vec{\text{rot}}\vec{H} = \sigma\vec{E} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (2.22)$$

Discretisée par le schéma de Yee, elle donne

$$\vec{\text{rot}}\vec{H}^{n+1/2} = \sigma\vec{E}^{n+1/2} + \varepsilon_0 \frac{\vec{E}^{n+1} - \vec{E}^n}{\Delta t}.$$

Or le champ \vec{H} étant calculé aux instants $(n + 1/2) d_t$, et le champ \vec{E} , aux instant $n d_t$, on approxime le champ \vec{E} au demi-pas de temps par la demi-somme aux instants n et $n + 1$:

$$\vec{E}^{n+1/2} = \frac{1}{2} (\vec{E}^n + \vec{E}^{n+1}) .$$

L'équation précédente devient donc :

$$\vec{\text{rot}} \vec{H}^{n+1/2} = \frac{\sigma}{2} (\vec{E}^n + \vec{E}^{n+1}) + \varepsilon_0 \frac{\vec{E}^{n+1} - \vec{E}^n}{\Delta t} ,$$

que l'on résout en

$$\vec{E}^{n+1} = \frac{\varepsilon_0 - \frac{\sigma}{2} \Delta t}{\varepsilon_0 + \frac{\sigma}{2} \Delta t} \vec{E}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 + \frac{\sigma}{2} \Delta t} \vec{\text{rot}} \vec{H}^{n+1/2} . \quad (2.23)$$

Analysons maintenant le problème d'un point de vue physique. Une propriété fondamentale du schéma de Yee est que le champ est constant par cellule. Or une conductivité finie des parois de la chambre impose la présence de courants de surface se propageant sur une profondeur du métal équivalente à l'épaisseur de peau δ . Cela implique donc, en toute rigueur, de mailler les parois de la chambre avec des cellules suffisamment petites pour prendre en compte les variations rapides du champ électrique. Sachant que l'épaisseur de peau est de l'ordre du micromètre aux fréquences étudiées, et qu'il faut une dizaine de cellules pour mailler correctement le métal sur cette profondeur, il paraît difficile de concevoir un maillage constitué de cellules dont la taille passerait du centimètre au dixième de micromètre sur une distance de l'ordre du centimètre. De plus, il faudrait utiliser un pas de temps d_t extrêmement petit, puisque celui-ci est forcément lié à la taille des cellules les plus petites du maillage, afin d'éviter des problèmes de stabilité du schéma de Yee (équation (2.21)).

Nous avons donc choisi une méthode très simple, qui consiste à supposer que le champ électrique est constant et non nul sur l'épaisseur δ .

Or comme le champ est constant par cellule, il n'est pas non nul sur δ mais sur l'épaisseur e de la cellule, c'est-à-dire sur quelques centimètres.

Pour résoudre ce problème, nous avons fait deux approximations. Premièrement, nous avons simplement remplacé la conductivité réelle du métal par une conductivité fictive, notée σ_F , de sorte que le champ électrique constant sur l'épaisseur e de la cellule dans la paroi soit équivalent à un champ électrique constant sur l'épaisseur de peau δ :

$$\sigma_F = \sigma \frac{\delta}{e} , \quad (2.24)$$

avec

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \mu_0 \sigma f}} .$$

L'équation (2.23) devient donc :

$$\vec{E}^{n+1} = \frac{\varepsilon_0 - \frac{\sigma_F}{2} \Delta t}{\varepsilon_0 + \frac{\sigma_F}{2} \Delta t} \vec{E}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 + \frac{\sigma_F}{2} \Delta t} \vec{\text{rot}} \vec{H}^{n+1/2} . \quad (2.25)$$

Pour l'acier zingué, utilisé pour les parois de la chambre du CERPEM, la conductivité σ vaut environ $10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$.

La conductivité fictive σ_F dépendant de l'épaisseur de peau δ , elle est fonction de la fréquence. En deuxième approximation, nous avons fixé arbitrairement cette fréquence à 400 MHz, limite basse fréquence de fonctionnement de la chambre. L'épaisseur de peau à cette fréquence étant de $8 \mu\text{m}$ et la taille d'une cellule de 4 cm (nous nous sommes restreints aux cellules cubiques, même si la taille des cellules maillant les parois varie légèrement), nous obtenons une conductivité fictive de $2000 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$.

Cependant, nous pouvons diminuer cette conductivité fictive d'un facteur 10, à cause des autres types de pertes existants dans la chambre, comme la charge des antennes présentes dans la chambre, les fuites par rayonnement, ou l'énergie absorbée par l'objet sous test. Nous prendrons donc $\sigma_F = 200 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$.

Pour simuler les parois parfaitement conductrices, nous avons utilisé une conductivité « infinie ». Dans ce cas, la conductivité fictive est fixée à $\sigma_F^\infty = 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$. La valeur numérique de σ_F^∞ est justifiée par le fait que dans ce cas, d'une part, le coefficient intervenant devant le terme \vec{E}^n de l'équation (2.25) est quasiment égal à -1 , et d'autre part, que celui devant $\text{rot} \vec{H}^{n+1/2}$ est de l'ordre de 10^{-8} . On retrouve donc un champ \vec{E} tangentiel quasiment nul sur les parois (le rapport de la composante normale sur la composante tangentielle étant de l'ordre de 10^7), ce qui correspond bien à un métal parfaitement conducteur.

Il s'agit maintenant de calculer correctement l'équation (2.25) sur le maillage. Il y a en effet différents cas, comme on peut le voir sur la figure 2.28, où l'on a représenté un tronçon du maillage de la chambre selon la direction Ox .

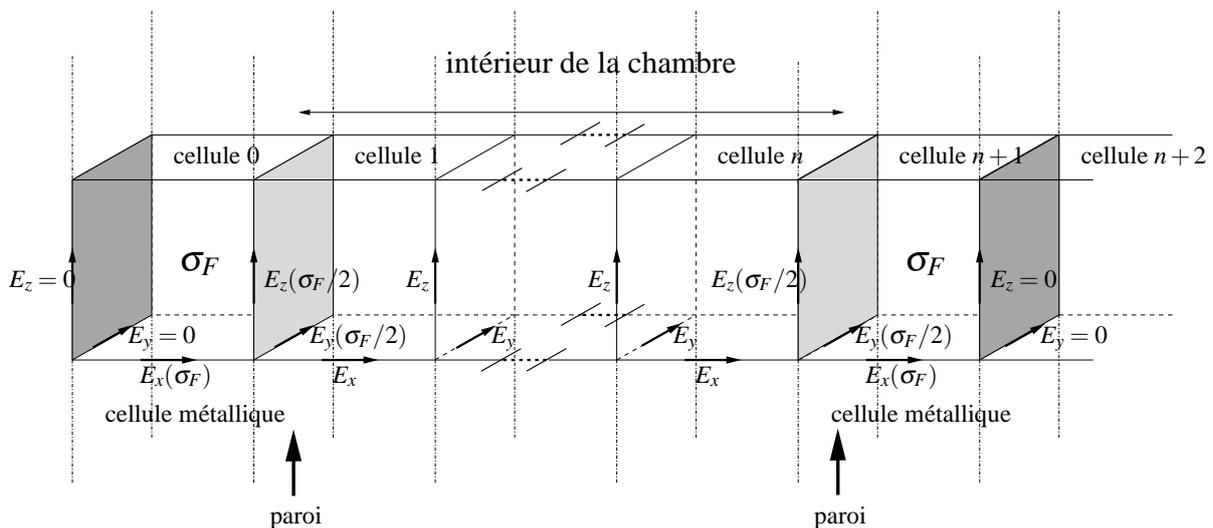


FIG. 2.28 – Calcul du champ sur les parois avec l'implémentation de la conductivité

Lorsque seulement une des composantes E_x , E_y , E_z est mentionnée, on calcule le champ avec les équations sans conductivité, c'est-à-dire dans le vide.

Dans les cellules 0 et $n + 1$, le calcul de la composante E_x est entièrement compris dans une

cellule métallique. On utilise donc l'équation (2.25) avec σ_F .

Dans les cellules 0 et $n+2$, les composantes E_y et E_z se situent dans le métal. Elles ne sont jamais calculées et sont donc identiquement nulles. Il est toutefois nécessaire de stocker en mémoire le champ tangentiel dans la cellule $n+2$ pour permettre de calculer le champ \vec{H} dans la cellule $n+1$.

Par contre, lorsque l'on effectue le calcul sur les composantes E_y et E_z dans les cellules 1 et $n+1$, la forme intégrale de l'équation de Maxwell-Ampère appliquée sur une cellule montre qu'il faut utiliser $\sigma_F/2$.

Enfin, il reste le cas de calcul du champ à l'intersection de deux parois (figure 2.29).

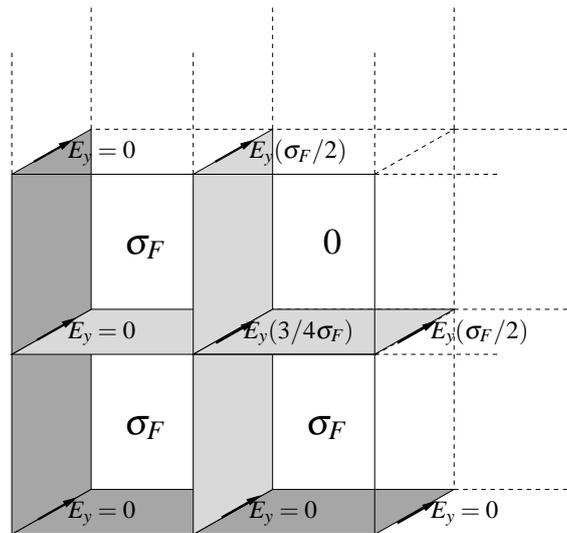


FIG. 2.29 – Calcul du champ à l'intersection de deux parois

En suivant le raisonnement précédent, la composante E_y étant entourée de trois cellules de conductivité σ_F , on en conclut qu'il faut prendre $3/4 \sigma_F$ dans l'équation (2.25).

Nous nous sommes donc restreints, dans cette modélisation des pertes, à une conductivité fictive constante sur l'épaisseur de peau qui est elle-même indépendante de la fréquence.

Enfin, pour terminer, notons qu'une méthode très répandue pour modéliser la conductivité finie des parois est la méthode des SIBC [2, 38, 42, 53, 56], qui introduit une impédance de surface $Z_c(\omega)$ ne nécessitant pas de mailler les parois métalliques. Mais par manque de temps, cette méthode n'a pu être implémentée dans notre code de calcul.

Influence de la conductivité sur la forme des raies de résonance

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, la conséquence de ces pertes sur le spectre du signal est d'élargir les raies des fréquences de résonance.

La modification apportée par cette conductivité sur le signal analytique traduisant la réponse temporelle du champ électromagnétique est que chaque composante sinusoïdale est pondérée par

une exponentielle dépendant d'un coefficient κ_k :

$$E(t) = \sum_k \alpha_k e^{(-\kappa_k t)} \sin(2\pi f_k t + \varphi_k), \text{ avec } f_k = f_{mnp}. \quad (2.26)$$

La transformée de Fourier d'un tel signal dépend alors du paramètre κ_k et de la longueur de la fenêtre temporelle T_{max} . En effet, l'équation (2.26) donne dans le domaine fréquentiel un produit de convolution de la réponse de la chambre par la TF de l'exponentielle décroissante, elle même convoluée à la TF de la fenêtre rectangle :

$$\sum_k \alpha_k e^{(-\kappa_k t)} \sin(2\pi f_k t + \varphi_k) \xrightarrow{\text{TFD}, f>0} G(f),$$

avec

$$G(f) = \sum_k \alpha_k \frac{1}{2i\pi(f - f_k) + \kappa_k} \left(1 - e^{-\kappa_k T_{max}} e^{-2i\pi T_{max}(f - f_k)}\right). \quad (2.27)$$

Si l'on considère en première approximation que le couplage entre fréquences est négligeable, pour peu qu'elles soient suffisamment éloignées les unes des autres, le module de $G(f)$ est donné par :

$$|G(f)| \approx \sum_k \alpha_k \frac{\sqrt{e^{(-2\kappa_k T_{max})} + 1 - 2e^{(-\kappa_k T_{max})} \cos(2\pi T_{max}(f - f_k))}}{\sqrt{4\pi^2(f - f_k)^2 + \kappa_k^2}}.$$

On observe alors deux cas extrêmes :

- soit $T_{max} \gg 1/\kappa_k$, auquel cas le signal étant fortement atténué, $|G(f)|$ se traduit par des raies en forme de lorentzienne (figure 2.30 page suivante) :

$$|G(f)| \approx \sum_k \alpha_k \frac{1}{\sqrt{\kappa_k^2 + 4\pi^2(f - f_k)^2}}; \quad (2.28)$$

- soit $T_{max} \ll 1/\kappa_k$, auquel cas, le signal étant très peu atténué, la fenêtre rectangle est prépondérante et on retrouve les oscillations dues au sinus cardinal (figure 2.31 page suivante) :

$$|G(f)| \approx T_{max} \sum_k \alpha_k \frac{\sqrt{2(1 - \cos(2\pi T_{max}(f - f_k)))}}{\sqrt{(4\pi^2 T_{max}^2 (f - f_k)^2 + \kappa_k^2 T_{max}^2)}},$$

soit

$$|G(f)| \approx T_{max} \sum_k \alpha_k \frac{|\sin(\pi T_{max}(f - f_k))|}{\pi T_{max}|f - f_k|} \approx T_{max} \sum_k \alpha_k |\text{sinc}(T_{max}(f - f_k))|. \quad (2.29)$$

Le fait que l'on retrouve les oscillations d'un sinus cardinal dans le cas d'un temps d'observation trop court s'explique simplement. Sans perte, l'enveloppe du signal temporel reste constante, quelque soit la durée d'observation. Avec une conductivité fictive de $200 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ et 65 500 itérations, le signal temporel n'a pas le temps de s'atténuer suffisamment pour que l'effet

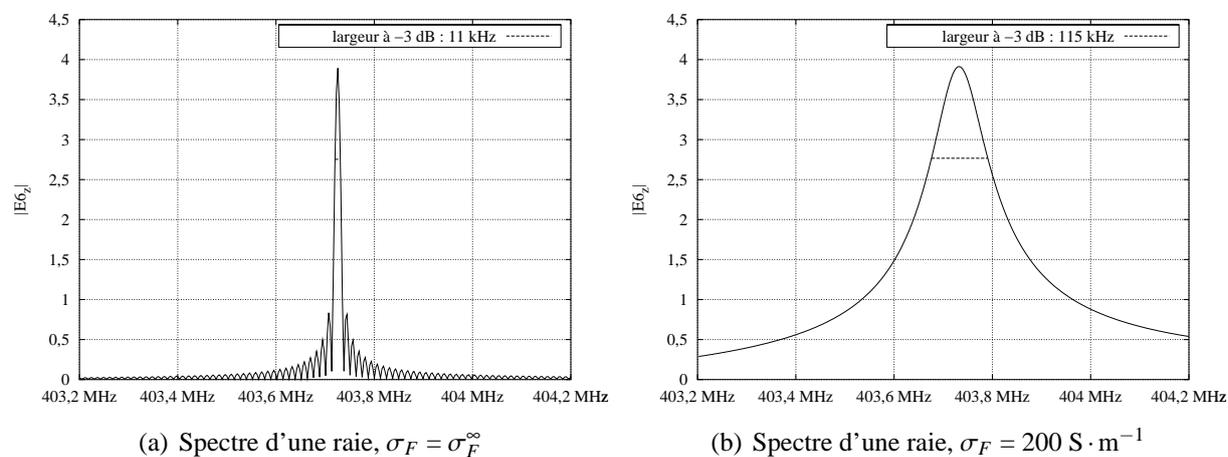


FIG. 2.30 – Influence de la conductivité sur la forme des raies, $T_{max} = 80 \mu\text{s}$

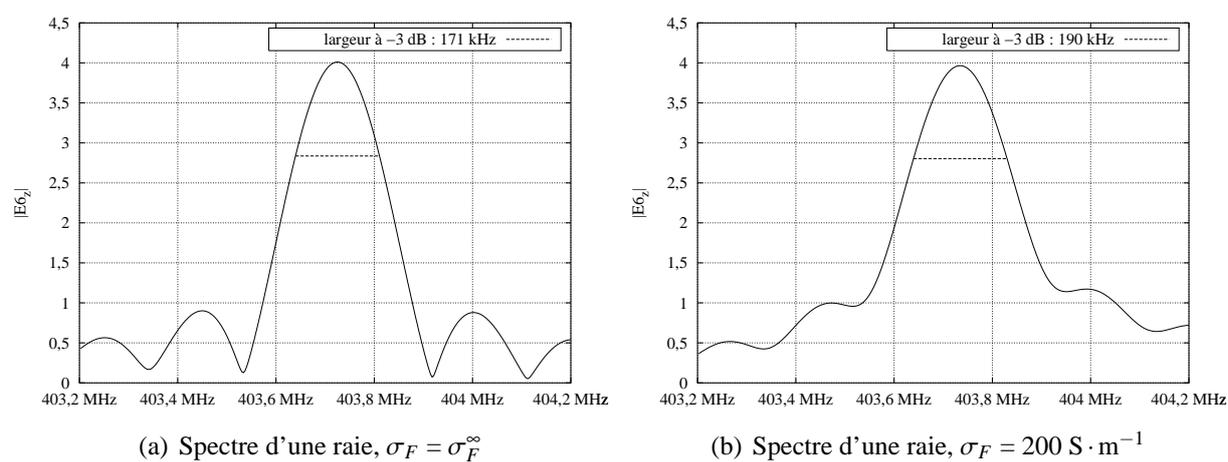


FIG. 2.31 – Influence de la conductivité sur la forme des raies, $T_{max} = 5 \mu\text{s}$

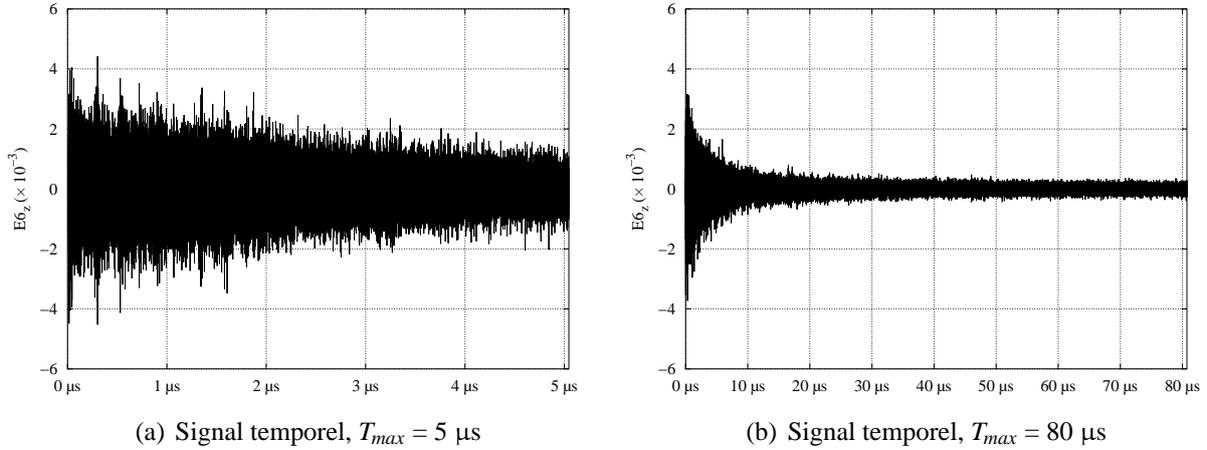


FIG. 2.32 – Influence de la conductivité finie sur l’enveloppe du signal temporel ($\sigma_F = 200 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$)

de la conductivité se fasse ressentir sur la forme des raies : le signal n’est pas négligeable au bout d’une durée de $5 \mu s$. Par contre, dans le cas où l’on prend un peu plus d’un million d’itérations, comme pour la figure 2.30(b) page précédente, le signal est fortement atténué, bien qu’un signal résiduel subsiste à la fin du temps d’observation (figure 2.32).

De plus, on remarque, d’après les figures 2.30 et 2.31 page précédente, que la largeur de la raie est sensiblement la même pour les deux valeurs de T_{max} dans le cas où $\sigma_F = 200 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ (figures (b)), ce qui n’est pas le cas pour $\sigma_F = \sigma_F^\infty$ (figures (a)). Ceci confère donc bien un sens physique à la largeur de la raie introduite par la conductivité finie, qui est peu sensible à la durée d’observation T_{max} , pour peu que celle-ci soit supérieure à une certaine valeur.

Le problème qui se pose alors est de déterminer le nombre d’itérations N minimal, ou la durée d’observation T_{max} , nécessaire pour obtenir une raie non perturbée par la présence de la fenêtre rectangulaire. Nous verrons dans la partie suivante que nous pourrions l’évaluer en fonction de la conductivité σ_F . Mais pour l’instant, on estime empiriquement que la durée T_{max} doit être supérieure à quatre ou cinq fois le temps de décroissance de l’exponentielle, noté τ_k , égal à l’inverse du facteur κ_k :

$$T_{max} = N d_t > 5 \tau_k, \text{ soit } N > \frac{5}{\kappa_k d_t}, \quad (2.30)$$

ce qui a pour conséquence la propriété suivante. Quelque soit le nombre d’itérations N vérifiant l’équation (2.30), la forme de la raie ne varie plus, le signal temporel étant fortement atténué. Dans ce cas, la normalisation que l’on opérait dans le cas de la conductivité infinie en divisant l’amplitude du sinus cardinal par T_{max} ne peut plus s’appliquer ici, sinon l’amplitude de la raie tendrait vers 0 en l’infini.

Ici, ce n’est plus aussi simple. En effet, le maximum d’une raie k , pour $T_{max} \gg 1/\kappa_k$, est donné par

$$\max(|G(f)|)_{\text{raie } k} = G_{max} = |G(f_k)| \approx \frac{\alpha_k}{\kappa_k}.$$

Or le facteur κ_k est *a priori* inconnu. On peut toutefois le déterminer de manière indirecte en mesurant la largeur de la raie à -3 dB, $\Delta f_{-3 \text{ dB}}$, ce qui donne

$$\kappa_k = \pi \Delta f_{-3 \text{ dB}}. \quad (2.31)$$

On retrouve ainsi le coefficient α_k de l'équation (2.26), en multipliant l'amplitude de la raie obtenue d'après la TFD par le coefficient κ_k .

Cependant, l'estimation de κ_k selon cette méthode peut paraître peu rigoureuse. En effet, nous partons de l'hypothèse que la forme de la raie est donnée par l'équation (2.28), de largeur non négligeable. Or, en hautes fréquences, la proximité d'éventuelles fréquences de résonance modifie plus ou moins cette forme, par un phénomène de couplage, forme qui ne correspond plus exactement à celle attendue. On peut cependant raisonnablement penser que cette forme reste proche de celle donnée par l'équation (2.28), et que l'équation (2.31) reste valable autour de la fréquence f_k . Il s'agit donc d'une méthode à bande étroite.

En fait, de manière générale, ce n'est pas la connaissance de la valeur de κ_k qui est importante pour caractériser les pertes dans une chambre, mais plutôt la largeur de raie à -3 dB. Celle-ci permet en effet d'estimer un paramètre essentiel pour qualifier le fonctionnement d'une chambre réverbérante : le facteur de qualité Q . Pour une raie de fréquence f_k fixée, celui-ci peut être défini par :

$$Q = \frac{f_k}{\Delta f_{-3 \text{ dB}}}. \quad (2.32)$$

Il s'agit ici d'une définition locale, restreinte à une seule fréquence. Or nous venons de voir que l'estimation de la largeur de raie à -3 dB est sujette à caution. Elle est en fait sujette à caution à plusieurs titres :

- la mesure de $\Delta f_{-3 \text{ dB}}$ peut être imprécise ;
- elle est en fait estimée à partir de la conductivité fictive σ_F déduite de la conductivité σ réelle des parois qui n'est pas prise en compte de façon rigoureuse, à cause de la discrétisation du maillage ;
- nous avons vu que le terme de « pertes simulées » nécessitait de relancer des simulations pour chaque fréquence étudiée.

De plus, le facteur 10 que nous avons introduit pour prendre en compte les autres types de pertes [18, 39] est lui aussi sujet à caution.

Nous allons voir que l'introduction de ce facteur Q dans le post-traitement des résultats de simulations *sans perte* par l'intermédiaire d'une « fenêtre de pertes temporelle » va nous permettre, non seulement de résoudre ces problèmes, mais en plus d'étendre la notion de bande étroite à une bande de plusieurs dizaines de MHz autour de la fréquence d'étude.

2.4.2 Méthode des pertes modélisées : facteur de qualité Q de la chambre

Principe

Le principe de cette méthode est basé sur un constat simple [43] : une cavité est un système oscillant qui emmagasine alternativement de l'énergie sous forme magnétique et sous forme électrique. L'analogie avec un circuit oscillant *RLC* est donc manifeste (figure 2.33).

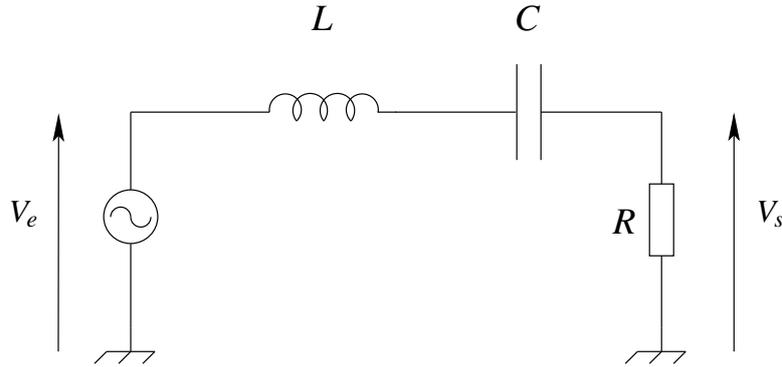


FIG. 2.33 – Circuit RLC série

La fonction de transfert, ou réponse fréquentielle, d'un tel système est donnée par :

$$H(i\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R}{iL\omega - \frac{i}{C\omega} + R}.$$

On dimensionne alors la fonction de transfert en posant $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{L\omega_0}{R}$. Avec la notation donnée plus haut, sachant que $\omega = 2\pi f$, la fonction de transfert s'écrit :

$$H_Q(f) = \frac{1}{1 + iQ \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)}. \quad (2.33)$$

Il en découle que pour une cavité caractérisée par son facteur Q , une raie de résonance autour de la fréquence f_0 aura la forme donnée par le module de l'équation de $H_Q(f)$, qui est assimilée à une lorentzienne.

L'idée de la méthode est alors de déterminer une fenêtre temporelle qui, appliquée au signal fourni par les simulations FDTD, traduise cette réponse en fréquence.

La réponse temporelle $V_s(t)$ de la chambre étant tronquée par la fenêtre rectangle $rect_{T_{max}}(t)$ de durée T_{max} , le signal $E(t)$ issu des résultats de simulations est donné par :

$$E(t) = rect_{T_{max}}(t) \cdot V_s(t),$$

soit, dans le domaine fréquentiel :

$$E(f) = e^{-i\pi T_{max}f} T_{max} \text{sinc}(T_{max}f) * V_s(f). \quad (2.34)$$

Considérons alors le cas où l'on ne s'intéresse qu'à une seule composante sinusoïdale de la réponse $V_s(t)$, de fréquence f_0 , correspondant à la fréquence d'un mode propre de la chambre.

Dans le cas où la chambre est sans perte, on a $V_s(f) = \delta(f - f_0)$, d'où :

$$E(f) = \left(e^{-i\pi T_{max}f} T_{max} \text{sinc}(T_{max}f) \right) * \delta(f - f_0). \quad (2.35)$$

$E(f)$ s'écrit donc comme le produit de convolution de la TF de la fenêtre avec un Dirac centré en f_0 .

Dans le cas de la chambre avec pertes, on a $V_s(f) = H_Q(f)$. Comme on souhaite appliquer une fenêtre à la réponse de la chambre sans perte, il faut que $H_Q(f)$ puisse s'exprimer comme un produit de convolution entre une fenêtre $H'_Q(f)$ à déterminer et le Dirac centré en f_0 :

$$H_Q(f) = H'_Q(f) * \delta(f - f_0). \quad (2.36)$$

On pourra alors écrire :

$$\begin{aligned} E(f) &= e^{-i\pi T_{max}f} T_{max} \operatorname{sinc}(T_{max}f) * H_Q(f) \\ &= \left(e^{-i\pi T_{max}f} T_{max} \operatorname{sinc}(T_{max}f) * H'_Q(f) \right) * \delta(f - f_0). \end{aligned} \quad (2.37)$$

Le calcul de la transformée de Fourier inverse de $H'_Q(f)$ donnera alors l'expression de la fenêtre temporelle recherchée. Or l'expression de $H_Q(f)$ (équation (2.33)) ne peut pas s'écrire sous la forme d'un décalage fréquentiel par rapport à f_0 . On ne peut donc pas l'écrire comme un produit de convolution avec un Dirac centré en f_0 .

Précisons le problème. Ce n'est pas la transformée de Fourier inverse de la fonction de transfert qui nous intéresse ici, puisque $H_Q(f)$ contient la fréquence f_0 et que cette fréquence f_0 est fournie par les résultats de simulations. Ce qui nous intéresse, c'est la transformée de Fourier inverse de son enveloppe. Nous obtiendrons alors la fenêtre à appliquer au signal temporel.

Pour obtenir cette enveloppe, il faut annuler la partie hautes fréquences de $H_Q(f)$. Une solution consiste à déterminer une fonction $H_Q^1(f)$ approchée de $H_Q(f)$ autour de f_0 . Récrivons l'expression de $H_Q(f)$ en effectuant un développement limité autour de f_0 :

$$\begin{aligned} H_Q(f) &= \frac{1}{1 + iQ \frac{f^2 - f_0^2}{f_0 f}} = \frac{1}{1 + iQ \frac{(f + f_0)(f - f_0)}{f_0 f}} \\ &\approx \frac{1}{1 + 2iQ \frac{f - f_0}{f_0}} = H_Q^1(f) \text{ pour } f \approx f_0. \end{aligned} \quad (2.38)$$

La fonction $H_Q^1(f)$ ne contenant plus que la partie basses fréquences de $H_Q(f)$, son expression sous la forme d'un produit de convolution est alors triviale, en posant $Q' = Q/f_0$:

$$H_{Q'}^1(f) = \frac{1}{1 + 2iQ'(f - f_0)},$$

c'est-à-dire

$$H_{Q'}^1(f) = \frac{1}{1 + 2iQ'f} * \delta(f - f_0) = G_{Q'}(f) * \delta(f - f_0).$$

En posant $V_s(f) \approx G_{Q'}(f) * \delta(f - f_0)$, on peut récrire la réponse fréquentielle de la chambre (équation (2.34)) :

$$E(f) \approx e^{-i\pi T_{max}f} T_{max} \operatorname{sinc}(T_{max}f) * G_{Q'}(f) * \delta(f - f_0). \quad (2.39)$$

Sachant que la TF inverse de $G_{Q'}(f)$ est une exponentielle décroissante donnée par :

$$g_{Q'}(t) = \mathcal{F}^{-1}(G_{Q'}(f)) = \frac{\pi}{Q'} e^{-\frac{\pi}{Q'} t} = \frac{\pi f_0}{Q} e^{-\frac{\pi f_0}{Q} t} = g_Q(t),$$

on obtient finalement

$$E(t) \approx \text{rect}_{T_{\max}}(t) \cdot g_Q(t) \cdot V_s(t). \quad (2.40)$$

L'application de la « fenêtre de pertes » $g_Q(t)$ à la réponse de la chambre simulée *sans perte* conduit à modéliser une chambre de facteur de qualité Q à la fréquence f_0 .

L'analogie avec les pertes simulées est ainsi évidente, puisque on obtient dans les deux cas une fenêtre exponentielle décroissante. Comparons alors les avantages et les inconvénients des deux méthodes.

Le principal avantage de la méthode des pertes modélisées est qu'il n'est pas nécessaire de refaire des simulations avec des pertes spécifiques. Cette méthode est un post-traitement des résultats de simulations sans perte.

Ensuite, cette méthode permet de modéliser n'importe quel type de pertes, par l'intermédiaire d'un seul paramètre, le facteur de qualité Q . Les pertes simulées prennent en compte les autres types de pertes que les pertes par effet Joule dans les parois en appliquant un facteur à la conductivité σ .

De plus, le fait que les pertes simulées tiennent compte de la taille des cellules du maillage, puisqu'on applique un facteur d'échelle à la conductivité σ (équation (2.24)), a principalement deux conséquences :

- pour deux maillages différents, le facteur de qualité Q , évalué à fréquence fixée, à partir de l'équation (2.32), peut varier de façon significative car on simule deux conductivités fictives σ_F différentes. Ainsi, avec la même conductivité physique σ considérée pour deux maillages constitués de cellules de 7 cm de côté pour l'un et 4 cm de côté pour l'autre, on obtient, pour le premier maillage, un facteur de qualité Q à 400 MHz inférieur de 30 % à celui évalué à partir du deuxième maillage ;
- si l'on désire évaluer le facteur Q sur un maillage plus fin, la valeur de σ_F sera plus grande, et la durée d'observation nécessairement plus longue (équation (2.30)), et ce, d'autant que d_t sera plus petit. Avec la méthode des pertes modélisées, il n'y a que le pas de temps d_t qui intervient, comme nous le verrons plus loin.

Par contre, à l'instar de la méthodes des pertes simulées, la méthode des pertes modélisées ne peut être appliquée qu'en bande étroite. À ceci près que la méthode des pertes simulées n'est valable qu'autour d'une fréquence de résonance f_0 . Il est vrai que nous avons fait la même approximation dans le cas des pertes modélisées, mais la différence importante est que l'on peut considérer ici un facteur de qualité moyen, ou facteur de qualité « composite », valable sur une petite bande de fréquences au lieu d'être valable pour un seul mode [36]. C'est d'ailleurs ce qui est fait lorsque l'on définit Q comme le rapport de l'énergie stockée sur la puissance dissipée. Il serait toutefois envisageable de considérer aussi un facteur κ moyen pour les pertes simulées, mais cela se révélerait beaucoup trop fastidieux à évaluer, par rapport à la facilité d'implémentation qu'offre la méthode des pertes modélisées. Nous verrons que si l'on arrive à

faire concorder les spectres, issus de simulations utilisant les deux méthodes, à une fréquence fixée, ce n'est plus possible lorsqu'on les compare sur une bande de fréquences d'une dizaine de MHz.

En outre, le problème relatif au nombre d'itérations N nécessaire pour que l'effet de la fenêtre rectangulaire soit négligeable (équation (2.30)) demeure puisque c'est la même enveloppe qui est appliquée sur le signal temporel. La valeur de la conductivité fictive σ_F des pertes simulées ne permet pas de déterminer de manière directe la largeur de raie à -3 dB. On ne connaît donc pas, *a priori*, le nombre minimal d'itérations à utiliser en fonction de σ_F . L'avantage des pertes modélisées est que l'on peut déterminer ce nombre directement en fonction du facteur Q et de la fréquence f_0 , qui sont les deux paramètres fondamentaux de cette méthode :

$$T_{max} = N d_t > 5 \frac{Q}{\pi f_0}, \text{ soit } N > \frac{5 Q}{\pi f_0 d_t}. \quad (2.41)$$

Un autre avantage des pertes modélisées est que la fenêtre $H_1'(f)$ est déjà normalisée. Il n'est ainsi plus nécessaire de calculer la largeur à -3 dB d'une raie donnée pour estimer son amplitude réelle, comme dans le cas des pertes simulées. Si la valeur de l'amplitude d'une raie est différente de celle obtenue dans le cas de la chambre sans perte sous l'hypothèse d'un nombre suffisant d'itérations, c'est qu'il y a un phénomène de recouvrement de modes et que *dans ce cas*, il est dû aux pertes de la chambre. Ce recouvrement a donc une réalité physique, contrairement au recouvrement de modes numérique. Remarquons enfin que l'on retrouve bien la définition du facteur de qualité donnée en (2.32) en remplaçant κ_k par $\pi f_0/Q$ dans l'équation (2.31) :

$$\frac{\pi f_0}{Q} = \pi \Delta f_{-3 \text{ dB}} \implies Q = \frac{f_0}{\Delta f_{-3 \text{ dB}}}. \quad (2.42)$$

Il reste maintenant à choisir les valeurs des différents paramètres intervenant dans la fenêtre modélisant les pertes : la fréquence d'étude f_0 , le nombre d'itérations N et le facteur de qualité Q .

Pour la même raison que dans le cas des pertes simulées, nous choisirons une fréquence f_0 de 400 MHz, limite basse fréquence du fonctionnement de la chambre du CERPEM.

Le choix du nombre d'itérations N est primordial. Le principal intérêt de l'introduction des pertes au moyen du facteur de qualité Q est d'obtenir un recouvrement de modes efficace, afin de qualifier le fonctionnement de la chambre dans une bande de fréquences donnée à l'aide d'outils statistiques (chapitre 4). Il est donc nécessaire de simuler le comportement du champ électromagnétique à l'intérieur de la chambre pour un grand nombre de positions du brasseur, ce qui impose de choisir une durée d'observation T_{max} assez courte pour que les calculs sur la rotation complète du brasseur s'effectuent en un temps raisonnable. Nous avons choisi $N \approx 65\,500$ pour un maillage composé d'environ 343 000 cellules. Un Pentium 4 avec un processeur cadencé à 1,5 GHz sous le système d'exploitation FreeBSD³ met environ 2 heures 30 pour simuler une position du brasseur. En supposant que l'on puisse occuper toutes les ressources de quatre machines de même puissance, la simulation d'un tour complet du brasseur, pour 240 positions de brasseur, met un peu moins d'une semaine. Prendre un nombre N supérieur à celui que nous avons utilisé n'est guère envisageable.

3. <http://www.freebsd.org>

Il reste alors une faible marge pour le choix de la valeur de Q . Nous avons pris $Q = 1000$. Ce nombre, qui correspond à la limite basse des facteurs de qualité des chambres réverbérantes, ceux-ci étant généralement compris entre 1000 et 10 000, peut paraître un peu faible. Cependant, le but que nous cherchons à atteindre est de montrer que la méthode des pertes modélisées représente correctement le fonctionnement d'une chambre réverbérante et que cette méthode est *simple*. Si l'on désire un facteur plus élevé, il est nécessaire de prendre plus d'itérations. Ce n'est qu'une question de puissance de calcul. La méthode, elle, reste rigoureuse et surtout très simple à mettre en œuvre, en regard des méthodes comme les SIBC, plus complexes à implémenter.

Nous allons donc présenter, avec les paramètres qui viennent d'être fixés, une étude comparative des deux méthodes, pertes simulées à l'aide de la conductivité σ des parois métalliques, et pertes modélisées à partir du facteur de qualité Q de la chambre.

2.4.3 Comparaison des deux méthodes de pertes

En fait, si l'on compare la fonction de transfert $H_Q(f)$ (équation (2.33)) avec son approximation $H_Q^1(f)$ autour de $f_0 = 403,72$ MHz (équation (2.38)), on constate qu'avec une valeur aussi élevée de Q , les deux fonctions sont identiques sur une bande de plusieurs dizaines de MHz (figure 2.34). L'utilisation de $H_Q^1(f)$ et de sa fenêtre temporelle $g_Q(t)$ est donc justifiée.

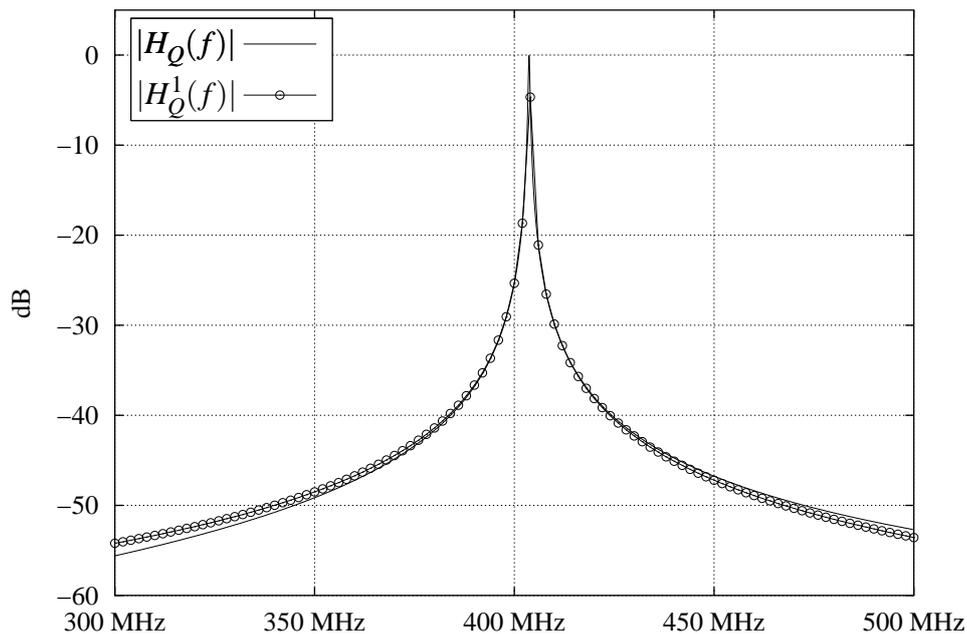


FIG. 2.34 – Fonction de transfert $|H_Q(f)|$ et son approximation $|H_Q^1(f)|$ ($Q = 1000$)

Afin de comparer les deux méthodes, il est nécessaire de chercher par exemple la valeur de σ_F qui donne une valeur de Q de 1000, estimée à partir de l'équation (2.42). Nous avons donc fait plusieurs simulations pour différentes valeurs de σ_F et comparé la largeur de raie à -3 dB

dans chaque cas à la valeur donnée par les pertes modélisées, $\Delta f_{-3\text{dB}} = f_0/Q \approx 400$ kHz. La figure 2.35 représente l'évolution du facteur Q à $f_0 = 403,72$ MHz (fréquence de résonance du mode TM_{820}) en fonction de la conductivité fictive σ_F : la valeur qui correspond à 1000 est obtenue pour $\sigma_F = 57,25 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$. Les deux méthodes donnent donc le même spectre à cette fréquence (figure 2.36(a) page suivante).

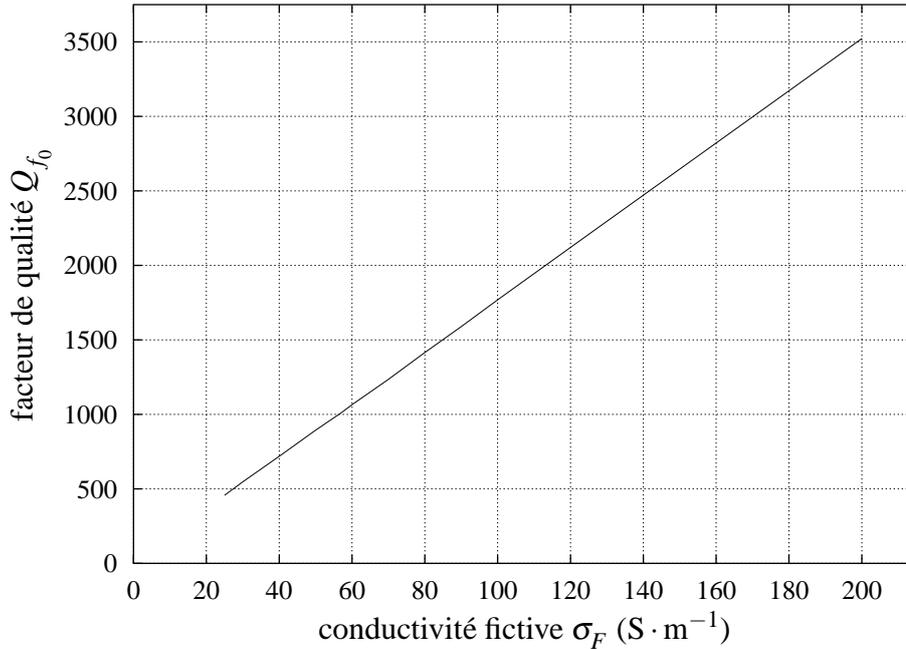


FIG. 2.35 – Évolution du facteur de qualité Q en fonction de σ_F , à fréquence fixée $f_0 = 403,72$ MHz

On montre [12, 21] que le facteur Q dépend de l'inverse de l'épaisseur de peau δ et du rapport du volume V sur la surface S de la chambre. Mais l'épaisseur de peau variant en $1/\sqrt{\sigma}$, le facteur Q évolue en fonction de la racine carrée de la conductivité. L'approximation faite sur la conductivité en introduisant la conductivité fictive σ_F (équation (2.24)) implique que l'épaisseur de peau δ varie en $1/\sigma_F$. Q est donc une fonction linéaire de σ_F :

$$\delta_{f_0}(\sigma_F) = \frac{1}{\pi \mu_0 e f_0 \sigma_F} \implies Q_{f_0}^{\text{théorique}}(\sigma_F) = \frac{3}{2} \frac{V}{S \delta(\sigma_F)} = \frac{3}{2} \frac{V \pi \mu_0 e f_0}{S} \sigma_F, \quad (2.43)$$

soit

$$Q_{f_0}^{\text{théorique}}(\sigma_F) \approx 45 \sigma_F.$$

D'après la figure 2.35, on trouve l'équation de droite suivante :

$$Q_{f_0}^{\text{simulé}}(\sigma_F) \approx 17,5 \sigma_F + 15,3.$$

La pente de la droite $Q_{f_0}^{\text{simulé}}$ est environ 2,6 fois plus faible que celle de $Q_{f_0}^{\text{théorique}}$.

La figure 2.36 permet de comparer les deux méthodes, pertes modélisées avec $Q = 1000$ et pertes simulées avec $\sigma_F = 57,25 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$, évaluées à la fréquence $f_0 = 403,72 \text{ MHz}$. La première figure montre les deux spectres autour de cette fréquence et la deuxième montre les mêmes spectres mais sur une bande d'une dizaine de MHz.

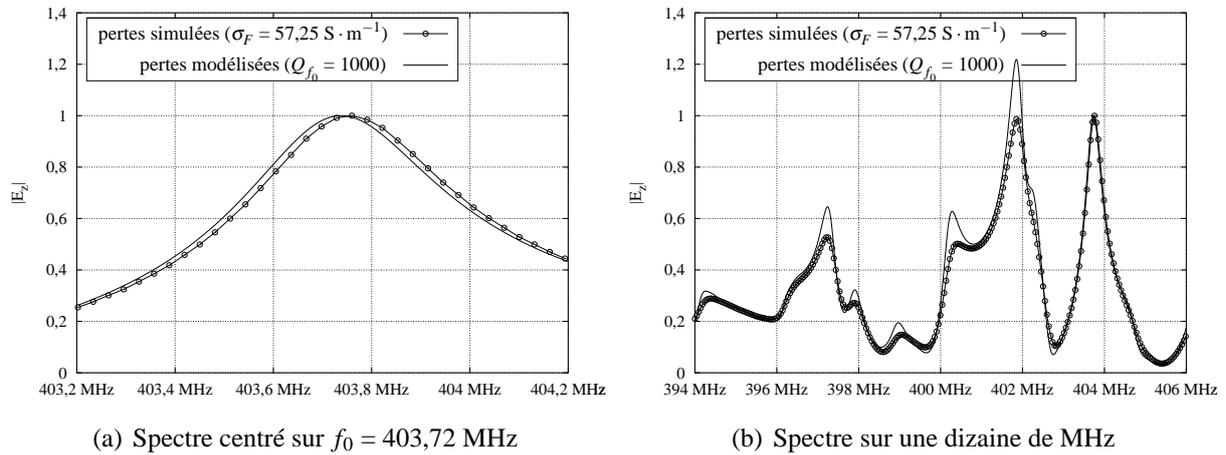


FIG. 2.36 – Comparaison des deux méthodes de pertes autour d'une fréquence et sur une bande étroite

On constate sur ces figures que si l'accord entre les deux méthodes est correct autour d'une fréquence f_0 (le léger décalage fréquentiel constaté est dû au recouvrement des modes voisins), on remarque des différences sur l'amplitude et sur la forme des raies lorsque l'on considère ces deux mêmes spectres mais sur une bande de fréquences plus large, ne serait-ce que d'une dizaine de MHz. En effet, la méthode des pertes modélisées impose le même facteur de qualité pour chaque mode, alors que la méthode des pertes simulées implique des facteurs de qualité différents.

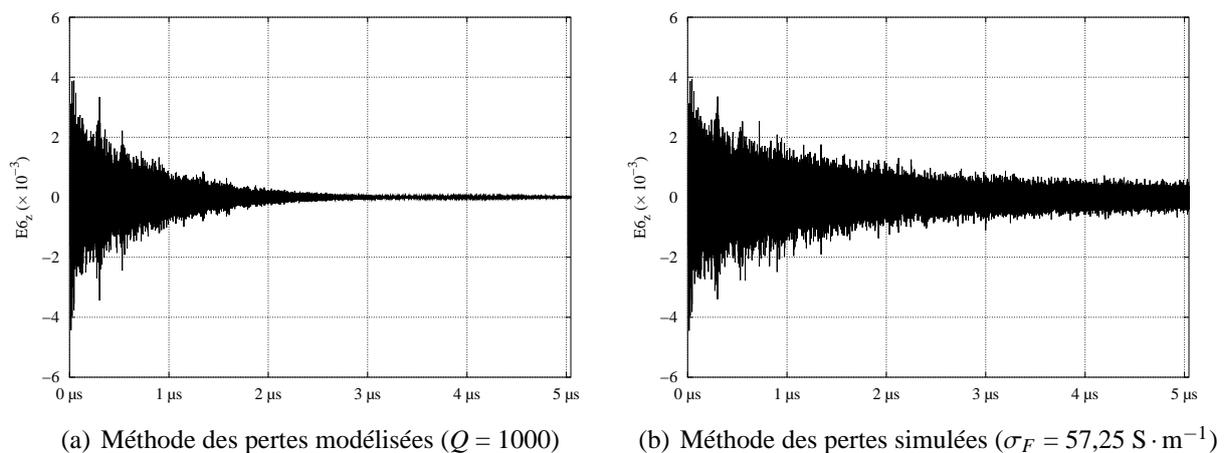


FIG. 2.37 – Comparaison des deux méthodes de pertes : atténuation du signal temporel

Enfin, pour terminer cette comparaison des deux méthodes, la figure 2.37 page précédente montre l'influence de la fenêtre de pertes $g_Q(t)$ et de la conductivité fictive σ_F sur les résultats temporels. Si l'influence de la première est évidente, on constate que le signal reste constant et non négligeable à la fin de la durée d'observation avec la méthode des pertes simulées.

Conclusion

Nous avons étudié en premier lieu dans ce chapitre, les différents problèmes liés, d'une part, à la méthode numérique elle-même, la FDTD, et d'autre part, à la TFD que nous utilisons pour exploiter les résultats de simulations dans le domaine fréquentiel.

Les problèmes liés à la FDTD peuvent se classer en deux catégories : ceux liés à la discrétisation spatiale des objets à l'intérieur de la chambre, et ceux liés à l'équation de dispersion numérique qui découle de la discrétisation des équations de Maxwell par le schéma de Yee. Dans un cas comme dans l'autre, nous avons montré la nécessité d'utiliser un maillage adapté aux longueurs d'ondes étudiées. Nous avons étudié le cas particulier des maillages uniformes, pour lesquels nous disposons de formules analytiques (fréquence des modes propres, vitesse de phase, fréquence de coupure du maillage). La généralisation au cas de maillages non uniformes, utilisés pour conserver les dimensions du brasseur lors de sa rotation, augmente les erreurs numériques, pour lesquelles nous n'avons plus d'expression analytique. Ainsi, nous avons pu déterminer une fréquence maximale d'utilisation, pour un maillage uniforme, au-delà de laquelle la densité de modes n'est plus conforme à la théorie. Cette fréquence est de l'ordre du GHz, pour un maillage composé de cellules de 4 cm de côté. Le fonctionnement d'une chambre réverbérante étant tributaire de cette densité de modes, les études statistiques menées sur la bande 400 MHz-1 GHz (chapitre 4) sont donc justifiées. Par contre, nous avons vu qu'une étude modale du champ, sans la présence du brasseur, n'est possible que pour des fréquences inférieures à quelques centaines de MHz, sur des temps d'observations raisonnables (quelques μ s). Nous verrons dans le chapitre suivant que la présence du brasseur va abaisser notablement la fréquence maximale pour laquelle la notion de mode a encore un sens.

Nous avons insisté sur l'erreur commise sur l'amplitude des raies, erreur due au caractère nécessairement fini des signaux temporels issus des simulations et à leur traitement par la TFD. Nous avons vu que cette erreur augmente avec la fréquence, à cause de la densité de modes qui devient importante en hautes fréquences. Le recouvrement de modes, qu'il soit numérique ou d'origine physique en présence de pertes, est donc un paramètre primordial, étant donné que les études statistiques sont basées sur les valeurs de champ, c'est-à-dire sur l'amplitude des raies.

Enfin, nous avons présenté deux méthodes pour prendre en compte les pertes dans la chambre. La première méthode, appelée méthode des pertes simulées, est une approche très simple de la modélisation de la conductivité finie des parois. Nous avons en effet considéré une conductivité fictive constante sur une épaisseur de cellule, équivalente à une conductivité constante sur l'épaisseur de peau. De plus, afin de simplifier la mise en œuvre, nous avons considéré l'épaisseur de peau à fréquence fixe, ce qui fait de cette méthode une méthode à bande étroite. La deuxième méthode, appelée méthode des pertes modélisées, à un double avantage par rapport à la méthode précédente. Premièrement, elle tient compte de n'importe quel type de pertes, et ceci, sur une

plus grande largeur de bande que la méthode précédente, par l'introduction d'un facteur de qualité « composite ». Deuxièmement, elle utilise, par un procédé de post-traitement, les résultats de simulations *sans perte*, ce qui ne nécessite pas de refaire des simulations. Par contre, un critère sur le nombre d'itérations N est imposé en fonction de la fréquence étudiée f_0 et du facteur de qualité Q choisi, afin que la forme des raies (lorentzienne) corresponde à ce qui est observé en mesures.

Chapitre 3

Étude modale

Introduction

Nous présentons dans ce chapitre une étude modale sur deux bandes de fréquences, la première, qualifiée de « basses fréquences », inférieure à la centaine de MHz, dans laquelle se situent les premiers modes propres de la chambre, et la deuxième, à partir de 400 MHz, dénommée « hautes fréquences », correspondant à la limite basse fréquence de fonctionnement de la chambre. Nous verrons l'origine de cette appellation en fin de chapitre.

Nous commencerons par étudier les premiers modes propres de la chambre sans brasseur, afin de valider le code numérique, que ce soit sur le plan de la FDTD ou sur la méthode de calcul des cartographies de champ.

Nous analyserons ensuite l'influence de la présence et de l'orientation du brasseur sur ces premiers modes. Nous en déduirons quelques règles générales, en fonction du mode étudié, TE, TM ou TE/TM. Nous comparerons ensuite, qualitativement, ces résultats de simulations à des résultats de mesures de puissance, effectuées dans la chambre du CERPEM. Nous montrerons ainsi l'intérêt des simulations, celles-ci permettant d'apporter des compléments d'information sur les modes étudiés en mesures.

Enfin, nous terminerons ce chapitre par une étude modale que nous avons tentée de mener autour de 400 MHz.

3.1 Résultats des simulations en basses fréquences

L'obtention des cartographies se décompose en deux étapes. La première consiste à détecter les fréquences de résonance de la chambre, à l'aide de la TFD appliquée sur les résultats temporels des simulations FDTD. Dans la deuxième étape, on relance une simulation, en gardant les mêmes paramètres, mais en tenant compte cette fois du calcul des cartographies de champ, aux fréquences repérées précédemment.

L'information apportée par les spectres n'est pas suffisante pour caractériser un mode associé à une fréquence donnée. L'information qui manque pour l'identifier est la répartition spatiale de

ce mode. Les cartographies de champ, qui sont une « vue » du champ dans tout le volume de la chambre à une fréquence fixée, permettent de répondre au problème.

Pour calculer une cartographie de champ associée à un mode mnp de fréquence f_{mnp} , on calcule la TFD du signal temporel de durée T_{max} sur l'ensemble des cellules du maillage. En effet, en reprenant les équations (A.8) et (A.9), on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x^{mnp}(x,y,z,t) \xrightarrow[\text{discrète}]{\text{module de la TF}} \left| \cos\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) \text{sinc}(T_{max}(f - f_{mnp})) \right| \\ E_y^{mnp}(x,y,z,t) \xrightarrow[\text{discrète}]{\text{module de la TF}} \left| \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) \text{sinc}(T_{max}(f - f_{mnp})) \right| \\ E_z^{mnp}(x,y,z,t) \xrightarrow[\text{discrète}]{\text{module de la TF}} \left| \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) \text{sinc}(T_{max}(f - f_{mnp})) \right| \end{array} \right. \quad (3.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_x^{mnp}(x,y,z,t) \xrightarrow[\text{discrète}]{\text{module de la TF}} \left| \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) \text{sinc}(T_{max}(f - f_{mnp})) \right| \\ H_y^{mnp}(x,y,z,t) \xrightarrow[\text{discrète}]{\text{module de la TF}} \left| \cos\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) \text{sinc}(T_{max}(f - f_{mnp})) \right| \\ H_z^{mnp}(x,y,z,t) \xrightarrow[\text{discrète}]{\text{module de la TF}} \left| \cos\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) \text{sinc}(T_{max}(f - f_{mnp})) \right| \end{array} \right. \quad (3.2)$$

On obtient ainsi la répartition spatiale d'un mode donné à la fréquence f_{mnp} . Pratiquement, on procède de la façon suivante : sachant que $E_x^{n_t}$, $E_y^{n_t}$ et $E_z^{n_t}$ représentent la valeur du champ à l'instant $t = n_t d_t$, on calcule, à chaque itération en temps :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x^{carto}[i][j][k] = E_x^{carto}[i][j][k] + E_x^{n_t}(i + 1/2, j, k) e^{-2i\pi f_{mnp} n_t d_t} \\ E_y^{carto}[i][j][k] = E_y^{carto}[i][j][k] + E_y^{n_t}(i, j + 1/2, k) e^{-2i\pi f_{mnp} n_t d_t} \\ E_z^{carto}[i][j][k] = E_z^{carto}[i][j][k] + E_z^{n_t}(i, j, k + 1/2) e^{-2i\pi f_{mnp} n_t d_t} \end{array} \right. \quad (3.3)$$

Si l'on veut comparer les cartographies obtenues par simulations à des cartographies théoriques, on calcule simplement le champ à partir des formules analytiques (A.8) et (A.9).

Afin de valider cette méthode, et le code de calcul FDTD par la même occasion, nous avons commencé par étudier le cas le plus simple possible, celui de la chambre sans brasseur.

3.1.1 Caractérisation des modes propres de la chambre sans brasseur

Le cas de la chambre sans brasseur est assimilable à une cavité, vide de tout objet. On connaît dans ce cas l'expression analytique de la fréquence de résonance d'un mode propre (équation (A.11)), et celle de la répartition spatiale des champs associés (équation (A.8) pour le champ \vec{E} , équation (A.9) pour le champ \vec{H}).

On n'étudie plus alors le champ électromagnétique sous la forme d'une composante électrique et d'une composante magnétique mais comme des « modes », regroupant à la fois des composantes du champ électrique et des composantes du champ magnétique.

Pour caractériser un mode donné, TE (transverse électrique), TM (transverse magnétique) ou TE/TM (c'est-à-dire à la fois transverse électrique et transverse magnétique), il faut choisir une direction de propagation privilégiée. On peut alors considérer la chambre comme étant un guide d'onde de section rectangulaire de dimensions $L_x \times L_y$, d'axe vertical (l'axe de rotation du bras-seur), fermé à ses deux extrémités par le sol et le plafond de la chambre. Ainsi, la dénomination de « transverse » est définie par rapport à l'axe Oz vertical de la chambre. On note généralement cette caractéristique par l'axe en indice, $TE_{mnp}^{(z)}$ et $TM_{mnp}^{(z)}$, mais nous l'avons volontairement omis, pour que les notations soient plus claires et parce que cette définition paraît naturelle dans le cas qui nous concerne.

On caractérise alors les modes propres mnp de la façon suivante, à l'aide des équations (A.8) et (A.9) :

- les modes tel que $\{m = 0, n \neq 0 \text{ et } p \neq 0\}$ sont des modes TE, définis sur (E_x, H_y, H_z) ; ils sont indépendants de la variable x ;
- les modes tel que $\{m \neq 0, n = 0 \text{ et } p \neq 0\}$ sont aussi des modes TE, mais définis sur (H_x, E_y, H_z) ; ils sont indépendants de la variable y ;
- les modes tel que $\{m \neq 0, n \neq 0 \text{ et } p = 0\}$ sont des modes TM, définis sur (H_x, H_y, E_z) ; ils sont indépendants de la variable z ;
- les modes tel que $\{m \neq n \neq p \neq 0\}$ sont des modes TE/TM, dégénérés, car ils existent sur les six composantes à la fois, sur (E_x, E_y, H_z) pour la composante TE et sur (H_x, H_y, E_z) pour la composante TM ; ils ont la même fréquence de résonance, mais une répartition spatiale différente.

Il existe donc trois types de modes dans une cavité : les modes TE, les modes TM et les modes TE/TM. On peut trouver dans [24] une description plus complète de ces modes. En effet, la résolution des équations de Maxwell dans une cavité vide de forme parallélépipédique rectangulaire amène à trouver des solutions complexes des champs \vec{E} et \vec{H} . Les modes TE et les modes TM sont alors caractérisés par cinq composantes, la sixième étant nulle : $\{E_x, E_y, H_x, H_y, H_z\}$ pour les modes TE et $\{H_x, H_y, E_x, E_y, E_z\}$ pour les modes TM. Mais nous avons gardé notre notation pour deux raisons :

- l'analyse des différents cas présentés plus haut, en fonction des valeurs de m, n et p , montre que l'on n'obtient bien finalement que trois composantes pour les modes TE et les modes TM, les modes TE/TM ayant six composantes non nulles [36] ;
- nous avons principalement étudié le module du champ, que ce soit d'après les spectres ou les cartographies ; la partie complexe des modes (par exemple, la composante H_x des modes TE_{mnp} est réelle alors qu'elle est imaginaire pour les modes TM_{mnp}) n'est donc jamais apparue, bien que le code de calcul soit prévu pour analyser une grandeur quelconque (module, phase, parties réelle et imaginaire).

Le choix de l'axe Oz comme axe de référence nous permet de décomposer chaque mode propre de la chambre sur des modes TE, TM et TE/TM du guide d'ondes associé à cet axe [13] :

- les modes TE_{0np} (resp. TE_{m0p}) sont formés par la superposition de deux modes TE_{0n} (resp.

TE_{m0}) du guide d'ondes se propageant en sens inverse :

$$\begin{aligned} TE_{0np} &= TE_{0n} e^{i\frac{p\pi}{L_z}z} + TE_{0n} e^{-i\frac{p\pi}{L_z}z} \\ TE_{m0p} &= TE_{m0} e^{i\frac{p\pi}{L_z}z} + TE_{m0} e^{-i\frac{p\pi}{L_z}z}; \end{aligned}$$

- les modes TM_{mn0} sont par définition des modes du guide d'ondes associé ;
- les modes TE/TM se décomposent en :

$$TE/TM_{mnp} = TE/TM_{mn} e^{i\frac{p\pi}{L_z}z} + TE/TM_{mn} e^{-i\frac{p\pi}{L_z}z}.$$

Nous allons voir que ces trois types de modes, TE, TM et TE/TM, se comportent différemment lorsqu'ils sont perturbés par la présence du brasseur [45, 46].

3.1.2 Décalage fréquentiel des fréquences de résonance dû à la rotation du brasseur

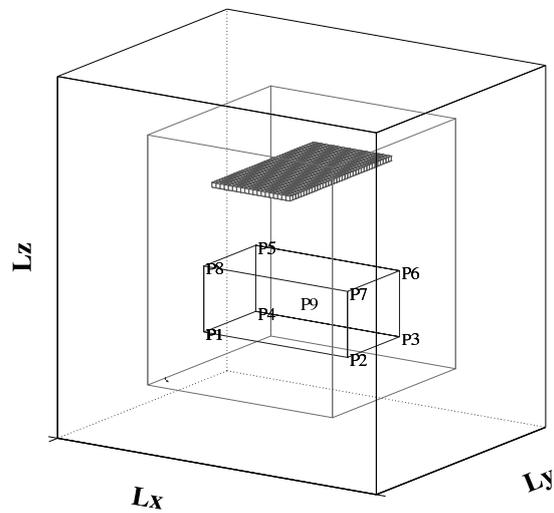
Nous avons utilisé le maillage composé de $77 \times 61 \times 73$ cellules de 4 cm de côté pour simuler le fonctionnement de la chambre réverbérante du CERPEM. La forme de son brasseur étant complexe à mailler (figure 1.1 page 5), nous en avons modélisés plusieurs de formes simplifiées, constitués de plaques horizontales et verticales, tout en conservant les mêmes dimensions dans un plan horizontal, c'est-à-dire 1,50 m de longueur et 0,75 m de largeur, les faces verticales des brasseurs 1, 2 et 3 mesurant une trentaine de centimètres de hauteur (figures 3.1(a) à 3.1(d) page suivante). L'excitation du champ est modélisée par une impulsion de Dirac sur les trois composantes E_x , E_y et E_z , positionnée dans un coin de la chambre. Nous avons pris comme point d'observation un des points du volume de travail (représenté par le parallélépipède rectangle) situé à plus de 75 cm des parois métalliques parfaitement conductrices de la chambre. Le pas de temps d_t est d'environ 80 picosecondes, pour un nombre N d'un peu plus de 65 500 itérations, afin d'obtenir une résolution en fréquence $d_f = 1/(Nd_t)$ de 200 kHz, suffisante pour différencier les fréquences de résonance séparées de quelques MHz dans cette bande de fréquences.

Les résultats de simulations montrent que l'on peut découper en deux groupes les fréquences de résonance qui apparaissent en présence du brasseur : une première bande de fréquences de 45 à 80 MHz et une deuxième, de 80 à 96 MHz, chaque groupe de fréquences ayant un comportement particulier.

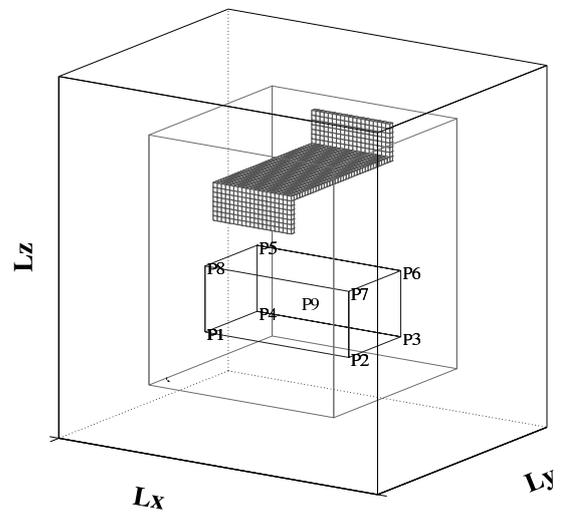
Les cartographies de champ montrent que les modes associés à ces fréquences ressemblent à des modes propres de la chambre sans brasseur. Afin d'expliquer cette similitude, revenons à l'analogie faite précédemment avec le guide d'ondes.

Les modes pouvant se propager dans un guide d'ondes sont caractérisés par des fréquences de coupure en-dessous de laquelle ils ne peuvent pas se propager. Les conditions aux limites, considérées dans une section de ce guide d'ondes, imposent que ces fréquences de coupure sont déterminées par deux indices m et n , qui rendent ces fréquences de coupure discrètes.

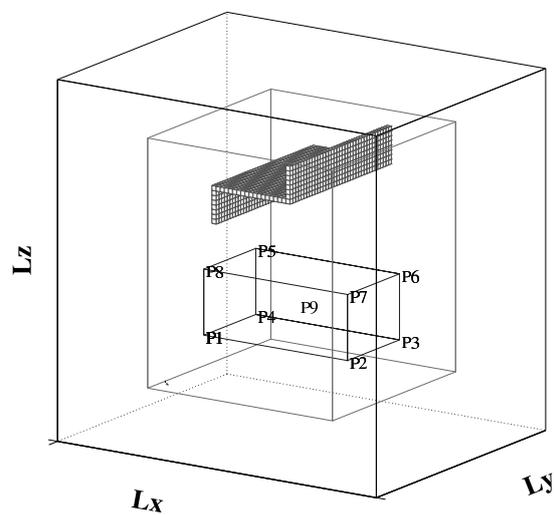
Le fait de fermer le guide d'ondes à ses deux extrémités impose une condition aux limites supplémentaire sur la propagation des ondes selon l'axe Oz , ce qui a pour effet de discrétiser les



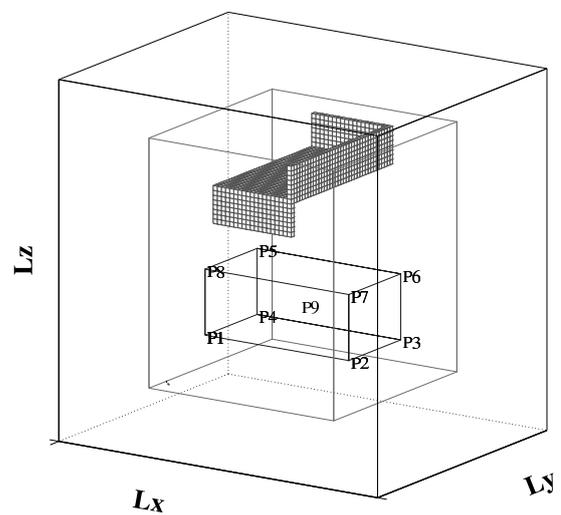
(a) Brasseur plan



(b) Brasseur1



(c) Brasseur2



(d) Brasseur3

FIG. 3.1 – Aperçu des différents brasseurs modélisés

fréquences de résonances selon cet axe et d'imposer le troisième indice p des modes : les ondes qui se propageaient dans le guide d'ondes deviennent des ondes stationnaires dans la cavité. Dans le cas d'une cavité à vide, le champ ne peut être excité qu'à certaines fréquences, qui sont ses fréquences propres. Cependant, le champ peut être amené à résonner à d'autres fréquences que les fréquences propres, lorsqu'il est perturbé par la présence d'un objet par exemple. Cette perturbation a plusieurs conséquences. D'une part, il n'est plus possible de déterminer facilement une expression analytique de la fréquence de résonance et de la répartition spatiale d'un mode donné, les conditions aux limites étant modifiées et complexes à mettre en équations [54]. D'autre part, les modes propres créés par cette perturbation sont déterminés à partir des modes propres du guide d'ondes associé. Si le champ est excité à une fréquence f_0 comprise entre deux fréquences de coupure f_{mnp} et $f_{m'n'p'}$ telles que $f_{mnp} < f_0 < f_{m'n'p'}$, le mode correspondant sera déterminé par la fréquence de coupure f_{mn} du guide d'ondes la plus proche et inférieure à sa fréquence de résonance. En l'occurrence, le mode associé à la fréquence f_0 sera un mode mnp . Cependant, nous avons constaté que le champ peut être excité à une fréquence inférieure à la fréquence du mode fondamental du guide d'ondes. Dans ce cas, il ne s'agit pas d'un mode propre de la chambre mais plutôt d'un mode évanescent, d'amplitude faible et localisé à proximité du brasseur.

De manière générale, l'amplitude du champ sur une composante donnée est maximale lorsque l'orientation du brasseur perturbe faiblement un mode propre de la chambre résonnant sur cette même composante. Dans ce cas, la fréquence de résonance du mode est proche de celle du mode de la chambre sans brasseur. De plus, cette fréquence résonne aussi, bien qu'à des amplitudes différentes, sur les autres composantes du champ, le brasseur ayant pour effet de les coupler entre elles.

Enfin, la dernière conséquence est que la perturbation créée par le brasseur est d'autant plus forte que celui-ci se trouve dans une zone de champ élevé dans le cas de la chambre sans brasseur. Le cas des modes TM_{mn0} est à part : le brasseur, horizontal, étant « transparent » pour ces modes définis sur (H_x, H_y, E_z) , il les perturbe très peu.

Les cartographies sur les figures suivantes illustrent la répartition spatiale des quatre premiers modes propres de la chambre. À chaque fois, on a représenté, au deux tiers de la hauteur de la chambre, le plan horizontal contenant le brasseur.

Bande de fréquences 45-80 MHz

D'après les résultats de simulations de la chambre sans brasseur, il y a trois modes propres dans cette bande de fréquences : le mode TE_{101} à 68,62 MHz, le mode TM_{110} à 77,42 MHz et le mode TE_{011} à 77,73 MHz (figures 3.2 à 3.4 page suivante).

Comme on peut le constater sur la figure 3.5 page 69, représentant le module au carré du champ, la présence du brasseur permet de balayer des intervalles de fréquences assez importants, de plusieurs MHz. On y distingue trois groupes de raies :

- un premier groupe, dont la fréquence minimale peut descendre jusqu'à 50 MHz, la fréquence maximale étant inférieure à 65 MHz ;
- le deuxième groupe de raies est compris entre 62 et 75 MHz ;
- le troisième groupe enfin, subit un écart fréquentiel nettement moindre que les deux premiers, et se situe entre 74 et 76 MHz.

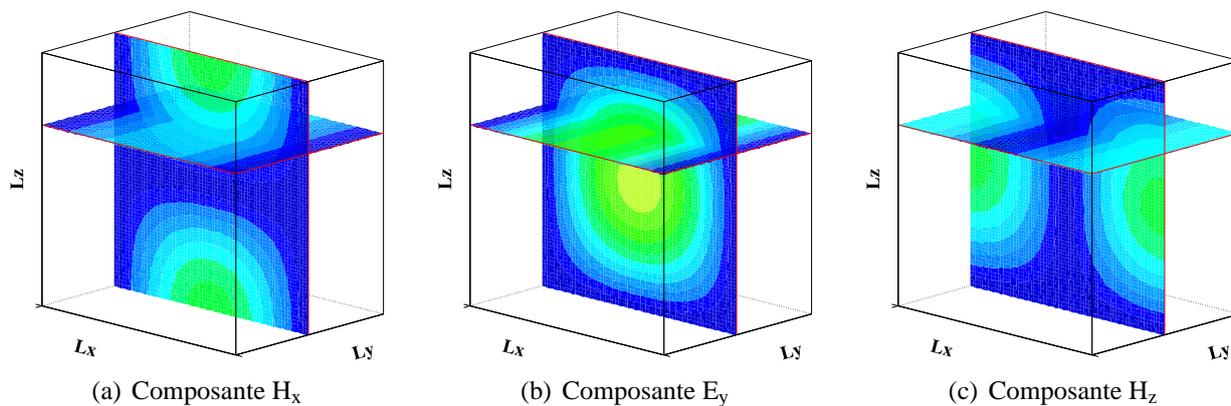


FIG. 3.2 – Cartographies du mode TE_{101} à 68,62 MHz

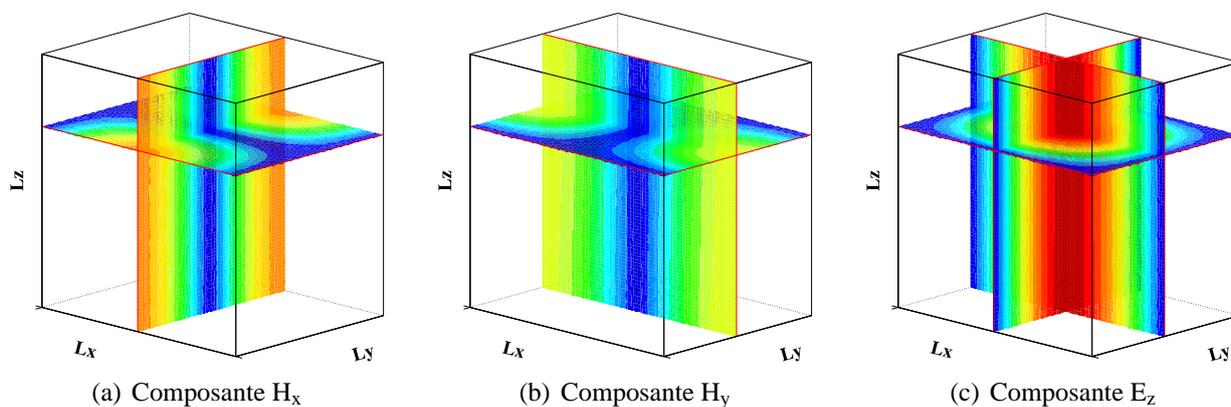


FIG. 3.3 – Cartographies du mode TM_{110} à 77,42 MHz

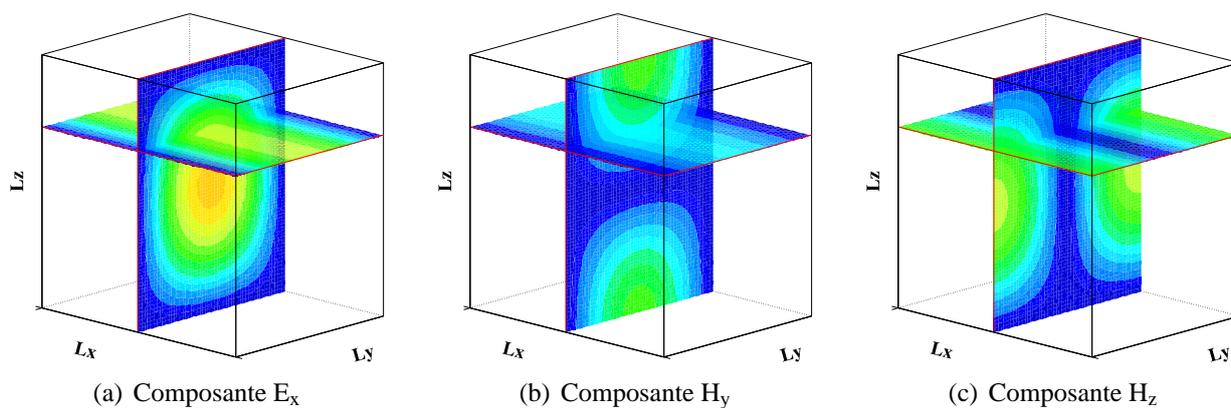


FIG. 3.4 – Cartographies du mode TE_{011} à 77,73 MHz

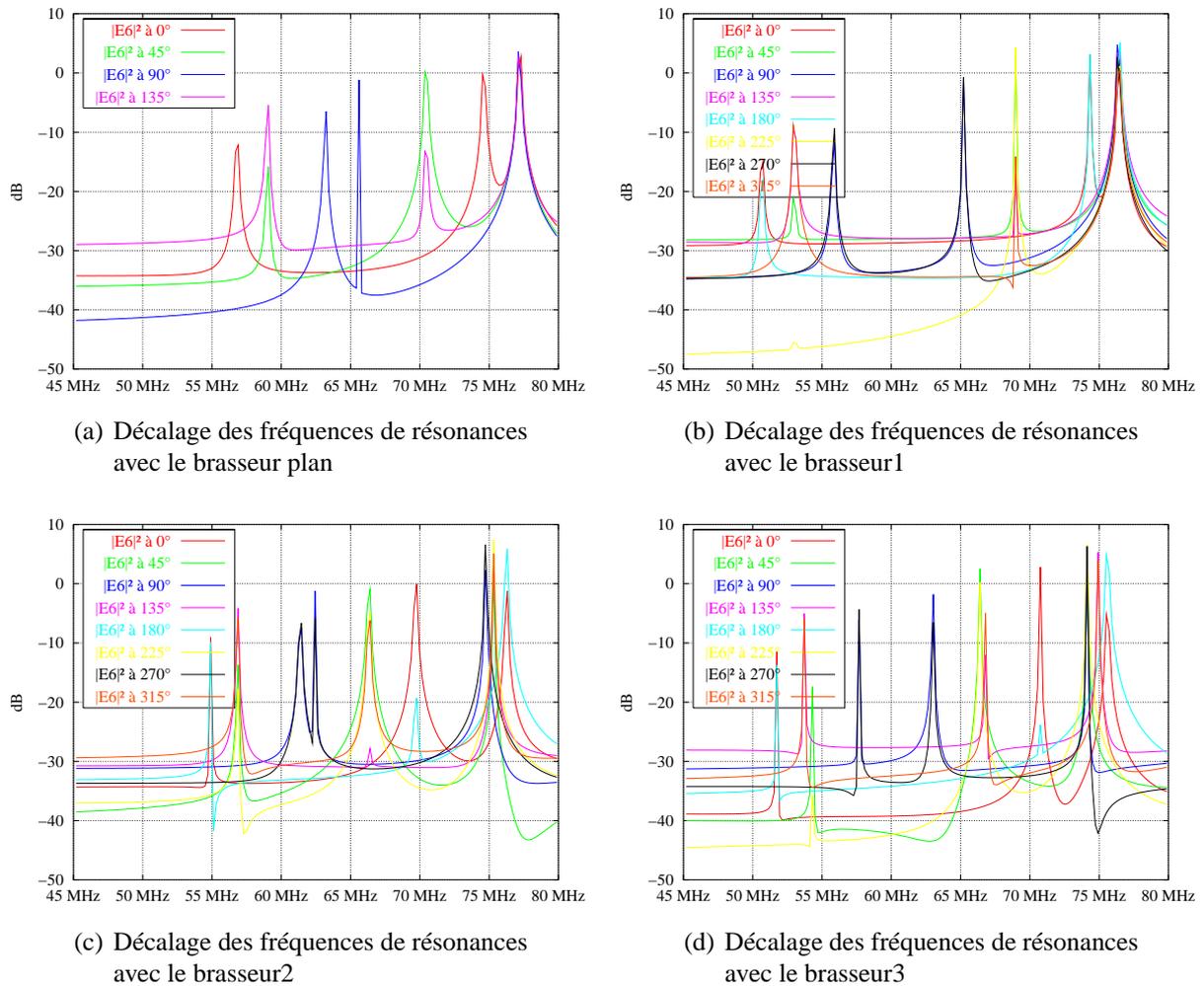


FIG. 3.5 – Balayages fréquentiels sur la bande 45-80 MHz en fonction de l'orientation des différents brasseurs modélisés

Nous avons vu précédemment qu'il n'y avait que deux modes TE dans la bande de fréquences de 45 à 80 MHz (hormis le mode TM sur lequel nous reviendrons par la suite) dans la chambre sans brasseur. Avec le brasseur, on constate, d'après l'observation des cartographies de champ, que les fréquences de résonance du deuxième groupe de raies correspondent à des modes ressemblants aux modes TE_{101} et TE_{011} .

Le premier mode du guide d'ondes pouvant se propager sur la composante E_x est le mode TE_{01} . La fréquence de coupure lui correspondant est à 60,6 MHz ; celui sur la composante E_y est le mode TE_{10} , à 48,3 MHz ; le mode suivant, sur les deux composantes, est le mode TE/TM_{11} , dont la fréquence de coupure est à 77,42 MHz. Cela signifie donc que :

- seul le mode ressemblant au mode TE_{101} peut exister sur (H_x, E_y, H_z) entre 48,3 MHz et 77,42 MHz ;
- seul le mode ressemblant au mode TE_{011} peut exister sur (E_x, H_y, H_z) entre 60,6 MHz et

77,42 MHz.

On remarquera que la composante H_z intervient dans les deux modes. Les cartographies de champ de cette composante sur la bande 60-77 MHz montrent en effet que l'on a superposition de H_z^{101} et de H_z^{011} à la même fréquence (équations (A.9)).

La quasi totalité de la bande de fréquences balayée par le premier groupe de raies sur la composante E_x est inférieure à la fréquence de coupure à 60,6 MHz :

- dans le cas du brasseur plan, cette bande est comprise entre 57 et 63 MHz ;
- dans le cas du brasseur1, elle est comprise entre 50 et 55 MHz ;
- dans le cas du brasseur2, elle est comprise entre 55 et 61 MHz ;
- dans le cas du brasseur3, elle est comprise entre 52 et 58 MHz.

Il ne s'agit donc pas de modes propagatifs, mais seulement de champs excités par la discontinuité de la composante normale à la surface du brasseur. Par contre, les fréquences apparaissant sur la composante E_y sont supérieures à la fréquence de coupure de 48,3 MHz. Elles sont donc associées à des modes propagatifs, dont la dépendance spatiale ressemble à celle du mode TE_{101} . Cependant, ces fréquences ne sont proches d'aucune fréquence propre de la chambre sans brasseur, la première étant à plus de 68 MHz, ce qui explique peut-être la faiblesse de l'amplitude des raies associées.

Les fréquences de résonance du deuxième groupe de raies étant supérieures à 60,3 MHz, ces raies sont associées à des modes propagatifs, qui vont plus ou moins bien résonner en fonction de l'orientation du brasseur.

Le mode TE_{011} , dont la composante électrique se trouve sur E_x , est indépendant de la variable x . Sa forme géométrique est donc celle d'un cylindre, d'axe Ox , dont une coupe de plan $x = cnste$ est représentée sur la figure 3.4(a). Lorsque le brasseur est à 0° , position d'origine, c'est-à-dire lorsque la longueur du brasseur est perpendiculaire à l'axe Ox , le champ est perturbé mais seulement localement, ce qui est confirmé par les cartographies de champ. La fréquence de résonance est donc proche de la fréquence de résonance du mode TE_{011} . Par contre, lorsque le brasseur est parallèle à l'axe Ox , c'est-à-dire à 90° de sa position d'origine, le mode est tellement perturbé qu'il est détruit par la présence du brasseur. Il n'y a quasiment plus de fréquence de résonance sur E_x dans cette bande.

Pour les fréquences de résonance observées sur E_y , le raisonnement est inverse, le mode TE_{101} étant de forme cylindrique mais d'axe Oy dans ce cas (coupe de plan $y = cnste$ sur la figure 3.2(b)). L'orientation du brasseur à 0° perturbe fortement ce mode, puisque le brasseur est parallèle à l'axe Oy , alors qu'il est peu perturbé à 90° . Les cartographies montrent effectivement que dans ce cas, la dépendance spatiale du champ ressemble à celle du mode TE_{101} , à une fréquence proche de la fréquence de résonance de ce dernier.

Entre ces deux orientations extrêmes du brasseur, 0 et 90° , les modes ressemblants au mode TE_{011} sur E_x et au mode TE_{101} sur E_y résonnent à la même fréquence, mais avec une amplitude qui évolue de façon opposée.

L'écart fréquentiel maximal, qui correspond à la largeur de bande balayée lors de la rotation du brasseur, est donc obtenu pour des positions de brasseur entre 0 et 90° . La variation spatiale en y,z pour le mode TE_{011} et en x,z pour le mode TE_{101} fait que l'amplitude du champ est maximale au milieu de la chambre. Le brasseur étant localisé à cet endroit, dans un plan horizontal au deux

tiers de la hauteur de la chambre, il est situé dans une zone de champ fort. L'influence de son orientation sur les valeurs de champ et les fréquences de résonance est donc maximale.

Dans le cas plus général des modes TE_{0np} et TE_{m0p} , le champ n'est pas forcément maximal à l'endroit du brasseur. Cela dépend de la parité des indices np et mp . Cependant, du fait que les modes TE_{0np} sont indépendants de la variable x et que les modes TE_{m0p} sont indépendants de la variable y , l'écart fréquentiel maximal sera toujours compris entre des positions du brasseur à 0° et à 90° , bien que cet écart diminue avec la fréquence, c'est-à-dire lorsque les indices m , n et p augmentent.

Le dernier groupe de raies, localisé entre 74 et 76 MHz, a un comportement différent des deux précédents. En effet, les cartographies de champ montrent que ces fréquences de résonance sont associées à des modes qui ressemblent fortement au mode TM_{110} . Ce mode étant indépendant de la variable z , il est cylindrique d'axe Oz (figure 3.3 page 68). Il est donc peu influencé par la présence du brasseur, quelque soit son orientation, et les fréquences sont toutes proches de la fréquence de résonance du mode propre de la chambre sans brasseur. On remarque d'ailleurs que les fréquences de ce mode se déplacent sur une bande de fréquences inférieure à la fréquence de coupure du mode TM_{11} du guide d'ondes associé. Cela s'explique par le fait que de manière générale, la présence d'un objet dans un guide d'ondes diminue les fréquences de coupure [13]. Les modes sur E_z dont les fréquences sont inférieures à la fréquence de coupure à 77,42 MHz sont bien des modes propagatifs. L'analyse des cartographies à ces fréquences montre que ces modes résonnent fortement dans tout le volume de la chambre. On remarque aussi sur la figure 3.5 page 69 que la perturbation induite par la présence du brasseur est d'autant plus sensible que celui-ci possède des faces verticales importantes. Un brasseur qui tournerait autour d'un axe horizontal perturberait ce mode de la même manière que le font les brasseurs utilisés ici pour les modes TE.

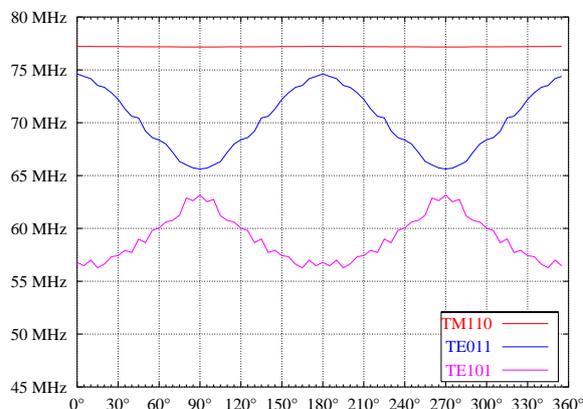
Une autre façon de constater ces propriétés est de suivre les fréquences de résonance en fonction de l'orientation du brasseur. La figure 3.6 page suivante montre le décalage fréquentiel subi par les trois modes présents dans la bande 45-80 MHz, pour les quatre brasseurs modélisés. Afin de les distinguer, nous avons volontairement nommés ces modes par rapport aux modes propres de la chambre sans brasseur auxquels ils ressemblent le plus d'après leurs cartographies.

On constate d'après cette figure que les résultats sont assez différents en fonction du brasseur utilisé. Ainsi les deux bandes de fréquences balayées par les modes assimilés à des modes TE sont très proches pour le brasseur2, et éloignées de 10 MHz pour le brasseur1. On remarque aussi qu'une surface verticale importante est nécessaire pour faire varier les fréquences de résonance associées au mode TM_{110} (brasseur2 (figure 3.1(c)) et brasseur3 (figure 3.1(d)) page 66).

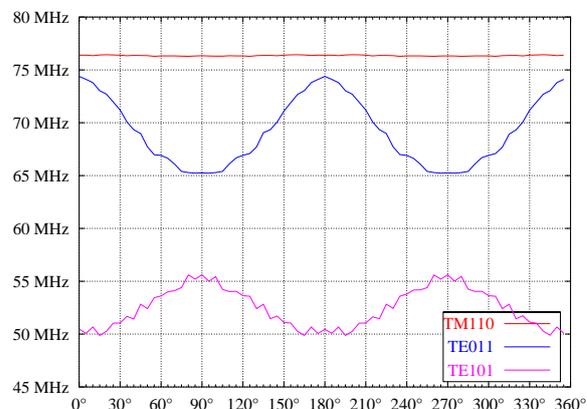
Bande de fréquences 80-96 MHz

Les modes TE_{111} et TM_{111} ayant une structure plus complexe, nous avons aussi représenté sur les cartographies suivantes, outre le plan horizontal contenant le brasseur, les plans au milieu de la chambre.

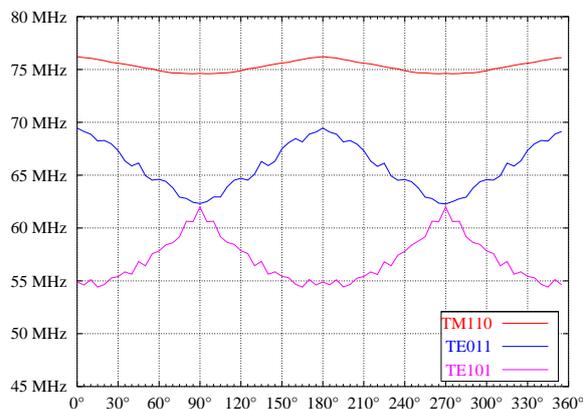
D'après les résultats de simulations de la chambre sans brasseur, il y a un seul mode dans cette bande de fréquences : le mode TE/ TM_{111} à 91,5 MHz (figures 3.7 et 3.8 page 73).



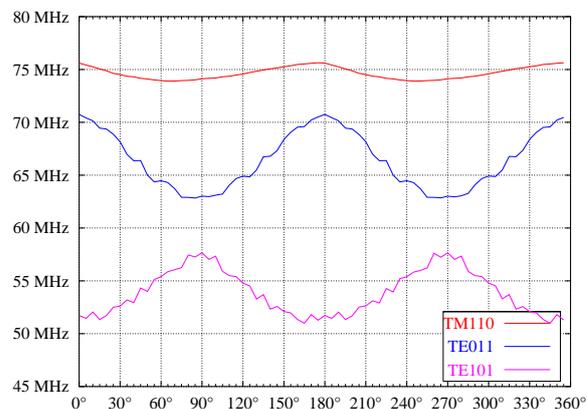
(a) Variations des fréquences de résonances avec le brasseur plan



(b) Variations des fréquences de résonances avec le brasseur1

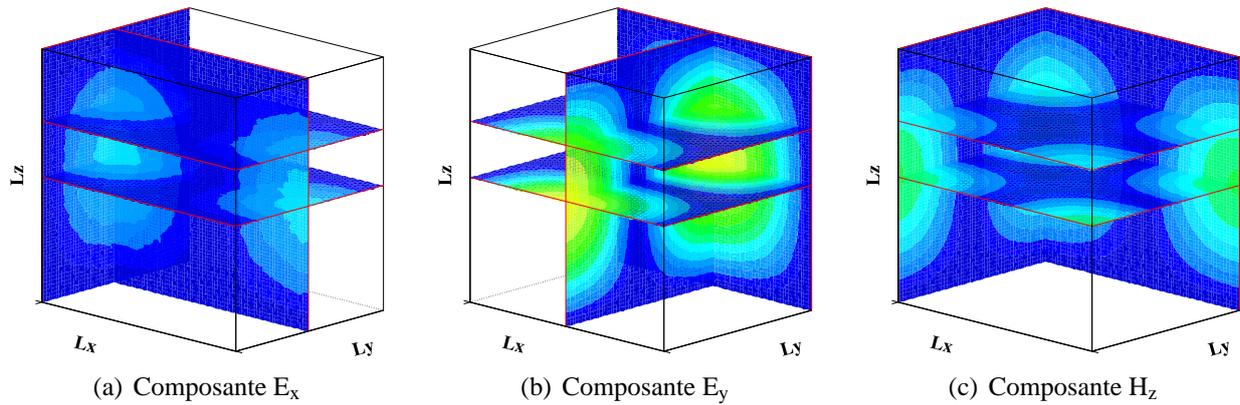
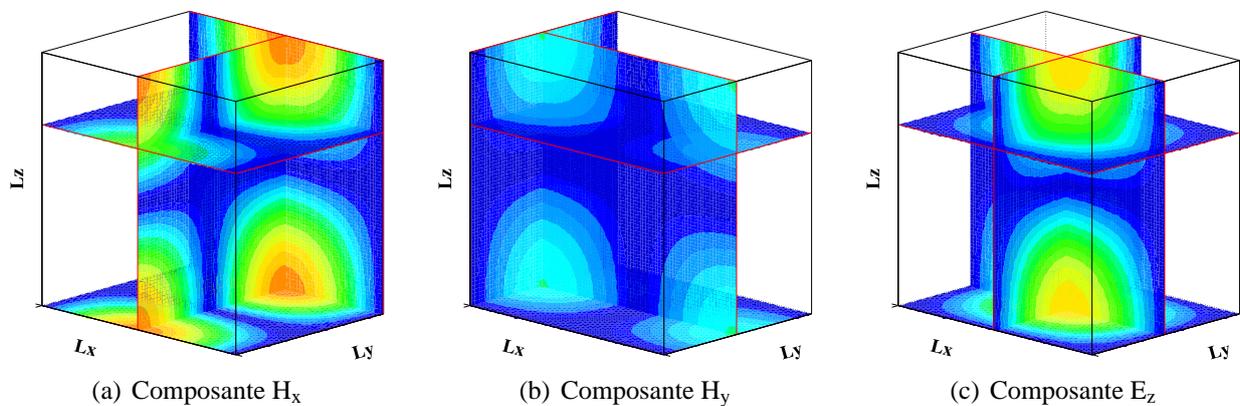


(c) Variations des fréquences de résonances avec le brasseur2



(d) Variations des fréquences de résonances avec le brasseur3

FIG. 3.6 – Variations des fréquences de résonance des trois modes présents dans la bande 45-80 MHz en fonction de l'orientation des différents brasseurs modélisés

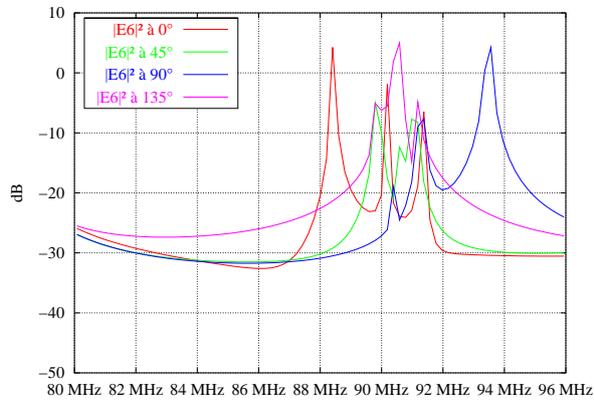
FIG. 3.7 – Cartographies du mode TE_{111} à 91,5 MHzFIG. 3.8 – Cartographies du mode TM_{111} à 91,5 MHz

Comme on peut le constater sur la figure 3.9 page suivante, la présence du brasseur crée trois groupes de raies. Dans la bande de fréquences précédente, de 45 à 80 MHz, les trois groupes de raies étaient bien espacés, évoluant chacun sur une bande de fréquences séparées. Ici, ce n'est plus le cas. Plus exactement, les cartographies montrent qu'il existe un mode dont les fréquences s'étendent sur plusieurs MHz, recouvrant ainsi le balayage fréquentiel inférieur au MHz des deux autres modes.

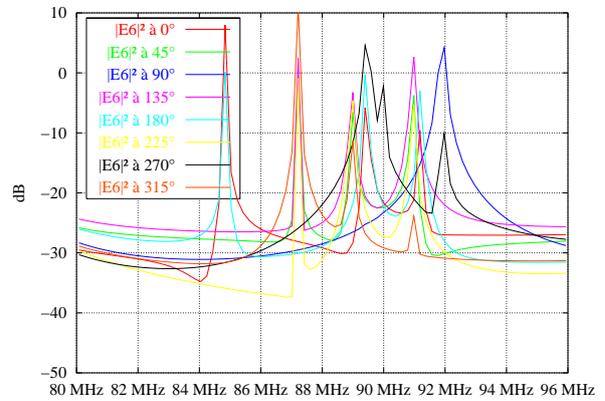
Nous allons donc étudier séparément les deux modes de faible écart fréquentiel et le mode dont l'écart fréquentiel est plus important.

Nous avons vu, au début de ce chapitre, qu'un mode TE/TM est dégénéré, dans le sens où deux modes différents, le TE et le TM, résonnent à la même fréquence. L'introduction d'une perturbation, comme le brasseur de modes, va lever cette dégénérescence : les modes TE et TM résonneront à des fréquences différentes.

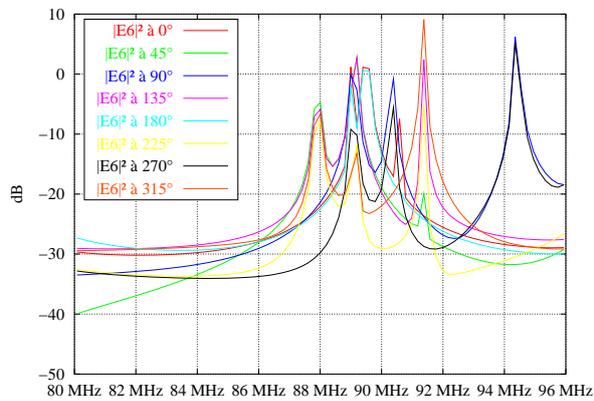
Le seul mode existant dans la chambre sans brasseur dans cette bande de fréquences est le mode TE/TM₁₁₁. D'après les cartographies de champ, les deux types de modes observés avec le brasseur ressemblent plus ou moins au mode TE₁₁₁ et au mode TM₁₁₁, la différence étant



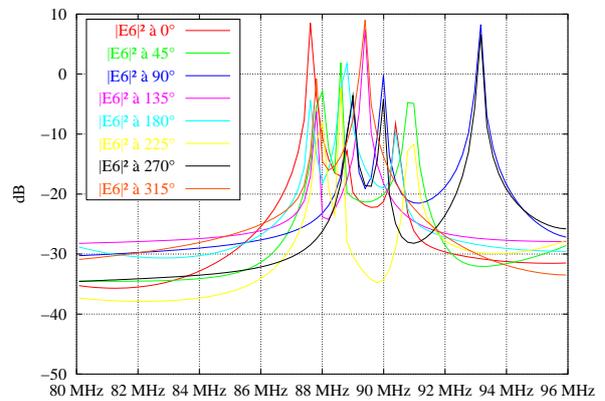
(a) Décalage des fréquences de résonances avec le brasseur1



(b) Décalage des fréquences de résonances avec le brasseur1



(c) Décalage des fréquences de résonances avec le brasseur2



(d) Décalage des fréquences de résonances avec le brasseur3

FIG. 3.9 – Balayages fréquentiels sur la bande 80-96 MHz en fonction de l'orientation des différents brasseurs modélisés

que le mode TE est réel sur les composantes de \vec{E} et imaginaire sur \vec{H} , et l'inverse pour le mode TM. Malheureusement, l'étude des cartographies n'a pas permis de discerner lequel des deux est le mode TE ou le mode TM, comme nous nous y attendions. Le fait est que nous ne pouvons pas différencier une composante réelle d'une composante imaginaire, les cartographies étant par définition déjà complexes, par l'utilisation de la TFD comme nous l'expliquions en début de chapitre. Les équations présentées dans [36] montrent par exemple qu'il existe un facteur de deux ordres de grandeur entre les composantes $\{E_x, E_y\}$ du mode TE et celles du mode TM. Cette caractéristique n'a pas pu être remarquée sur les cartographies.

Cependant, nous pouvons tout de même faire les remarques suivantes. Les fréquences de résonance observées étant toutes supérieures à la fréquence de coupure du mode TE/TM₁₁ du guide d'ondes associé, nous pouvons conclure qu'il ne s'agit pas de modes évanescents. De plus, aucun indice n'étant nul, ces modes n'ont pas de direction privilégiée, comme c'était le cas des modes TE_{0np} (axe Ox), TE_{m0p} (axe Oy) et TM_{mm0} (axe Oz). L'écart fréquentiel maximal ne correspond donc pas à des positions du brasseur comprises entre 0 et 90°. En effet, de par la symétrie des modes TE₁₁ et TM₁₁ dans un plan horizontal Oxy , les variables x et y jouent un rôle identique. L'écart fréquentiel maximal correspond donc à des orientations du brasseur comprises entre 0° et une valeur proche de 45°.

Le dernier mode qui nous reste à étudier dans la bande 80-96 MHz est particulier. Nous avons vu qu'il n'y avait que le mode TE/TM₁₁ dans cette bande de fréquences, et que celui-ci, sous l'effet de la présence du brasseur, se sépare en deux modes. Ce troisième mode, qui n'existe pas dans la chambre sans brasseur, est donc créé par la présence de ce dernier.

En effet, les cartographies de champ associées à ce mode montrent qu'il est non seulement confiné sous le brasseur, mais qu'il ressemble, tant du point de vue de sa répartition spatiale que du point de vue « comportemental », à un mode TE.

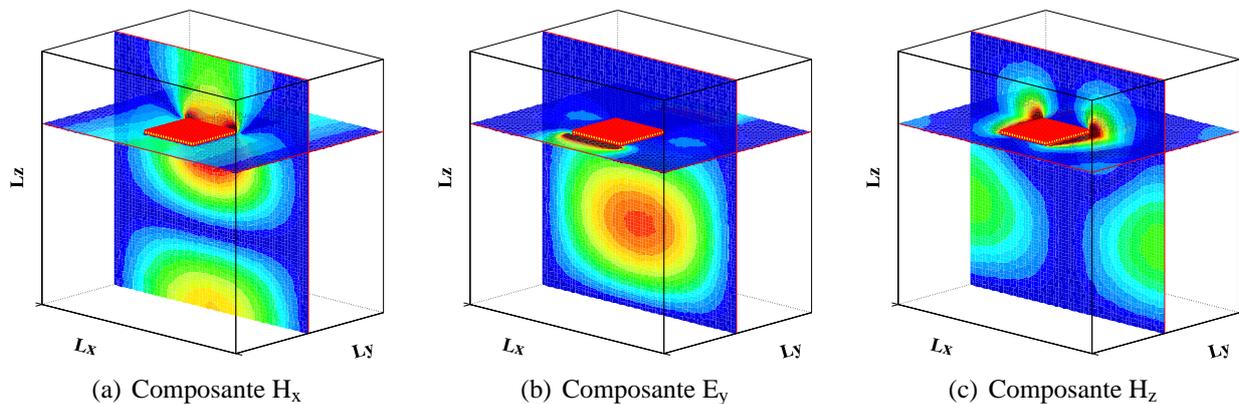


FIG. 3.10 – Cartographies du mode à 88,43 MHz, brasseur plan à 0°

Lorsque le brasseur est orienté à 0° (figure 3.10), ce mode résonne principalement sur (H_x, E_y, H_z) . Lorsqu'il est orienté à 90° (figure 3.11 page suivante), il résonne essentiellement sur (E_x, H_y, H_z) . Dans les deux configurations, le mode résonant est donc guidé par le brasseur, parallèlement à sa plus grande dimension.

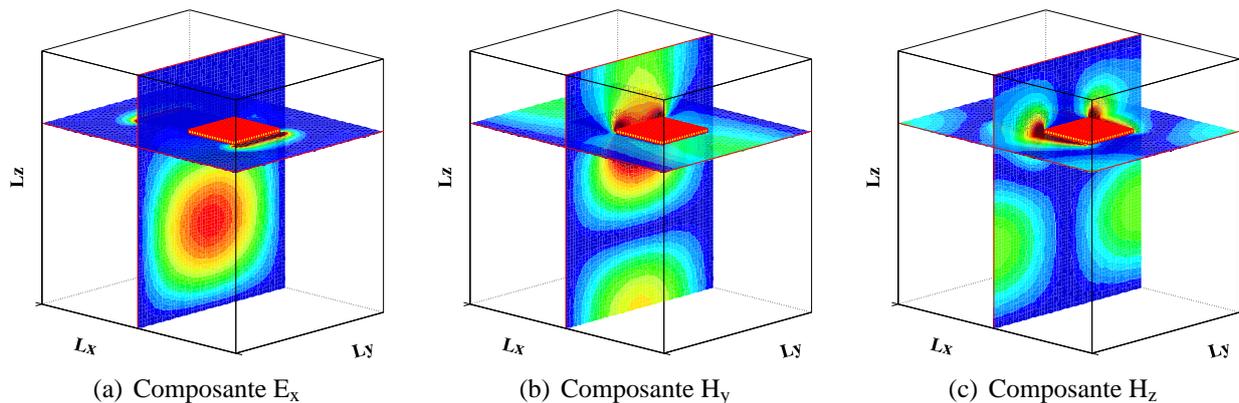
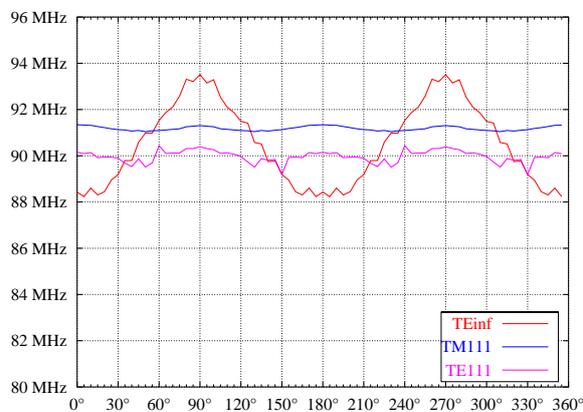


FIG. 3.11 – Cartographies du mode à 93,48 MHz, brasseur plan à 90°

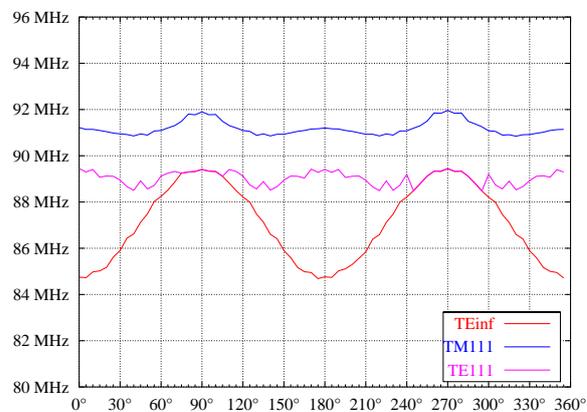
La présence d'un tel mode s'explique simplement. La longueur d'onde à 90 MHz est de 3 m. C'est l'ordre de grandeur des dimensions de la chambre, qui est très supérieur à l'espace laissé entre les parois de la chambre et le brasseur. À cette longueur d'onde, le brasseur est vu comme une paroi de la chambre. Le comportement de ce mode confiné sous le brasseur est identique à celui des modes TE, avec un décalage fréquentiel maximal de plusieurs MHz. Cette hypothèse est corroborée par la remarque suivante : le calcul analytique des fréquences de résonance des modes TE_{101} et TE_{011} d'une cavité dont la hauteur serait celle à laquelle se situe le brasseur (environ 2,20 m du sol), permet de retrouver les fréquences associées à ce mode.

Comme nous l'avons fait dans la bande précédente, montrons l'évolution fréquentielle des trois modes présents dans la bande 80-96 MHz (figure 3.12 page suivante). Une fois de plus, la dénomination des modes est ici arbitraire. Les modes « TE111 » et « TM111 » sont issus du mode TE/TM₁₁₁ de la chambre sans brasseur, et le mode « TEinf » correspond au mode confiné sous le brasseur. On constate que ce dernier, à cause de sa nature transverse électrique, balaye une bande de fréquences bien plus importante que celle balayée par les deux autres modes. On peut aussi remarquer que le brasseur plan semble avoir peu d'influence sur les modes TE111 et TM111, alors que son influence sur le mode TEinf est similaire à l'influence des autres brasseurs sur ce même mode. On comprend dans ce cas l'intérêt des cartographies de champ pour discerner et suivre les modes, les fréquences de résonance étant parfois très proches. D'ailleurs, l'influence du brasseur³ sur ces modes n'est pas représentée. En effet, lorsque l'on étudie, sur un tour de brasseur, le spectre dans cette bande de fréquences, on s'aperçoit que ce brasseur mélange tellement les modes, leur fréquence de résonance se recouvrant dans certains cas, qu'il faudrait presque calculer une cartographie de champ pour chaque position de brasseur, afin de les identifier et de suivre ainsi leur évolution fréquentielle. Ce travail impliquant des temps de calculs relativement longs, cette étude n'a pas pu être faite.

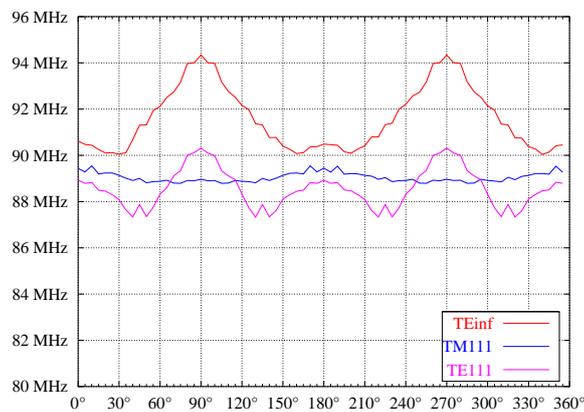
Nous avons établi ici quelques règles simples concernant l'influence du brasseur de modes sur les fréquences de résonance. Bien que les brasseurs modélisés soient de formes très simples, nous allons voir dans la section suivante que les mesures de puissance effectuées dans la chambre du CERPEM sont tout à fait semblables, avec un brasseur de forme beaucoup plus compliquée.



(a) Variations des fréquences de résonances avec le brasseur plan



(b) Variations des fréquences de résonances avec le brasseur1



(c) Variations des fréquences de résonances avec le brasseur2

FIG. 3.12 – Variations des fréquences de résonance des trois modes présents dans la bande 80-96 MHz en fonction de l'orientation des différents brasseurs modélisés

3.2 Résultats des mesures de puissances en basses fréquences

Nous avons effectué des relevés de puissance pour des orientations du brasseur tous les 45° , en faisant tourner le brasseur dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. La position de référence à 0° est indiquée sur la figure 3.13. Le moteur du brasseur n'étant pas débrayable, les orientations pour lesquelles les mesures ont été faites sont assez approximatives. L'erreur commise sur des positions du brasseur lorsque l'un de ses bords est parallèle à une face de la chambre (0° , 90° , 180° et 270°) est très faible (inférieure à 1°), mais est un peu plus élevée pour des positionnements obliques, tous les 45° (à $2\text{-}3^\circ$ près), la chambre n'ayant pas une base carrée.

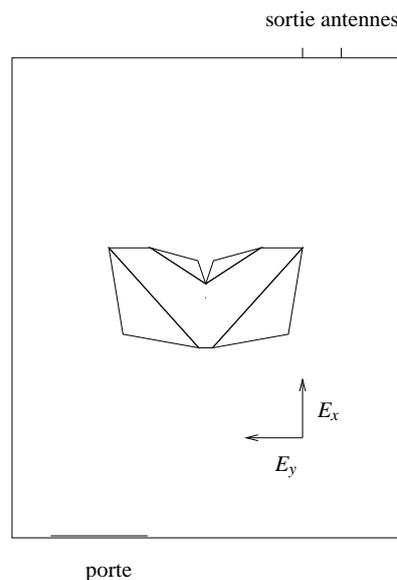


FIG. 3.13 – Position de référence du brasseur du CERPEM dans la chambre

La première caractéristique que l'on peut remarquer sur les figures suivantes est la relativement bonne superposition des différentes configurations : 0 et 180° d'une part, et 90 et 270° d'autre part. Le brasseur possédant un plan de symétrie passant par son axe, celui-ci étant situé au milieu du plafond, le comportement du champ dans la chambre est le même pour deux positions qui diffèrent de 180° . Celles qui correspondent à des angles obliques sont moins bien superposées, à cause du repérage du brasseur moins évident pour ces positions.

La deuxième remarque porte sur la densité de modes. La présence du brasseur permet, soit de lever des dégénérescences, soit de créer des modes inexistants lorsque le brasseur est absent. C'est bien ce que nous avons constaté avec les résultats de simulations.

Dans un premier temps, nous avons effectué des mesures sur une bande de fréquences de 55 à 80 MHz, afin d'étudier les décalages fréquentiels des premiers modes. Dans un deuxième temps, nous avons fait des relevés de puissance sur la bande de fréquences $80\text{-}96$ MHz, pour étudier les déplacements du mode TE/TM_{111} .

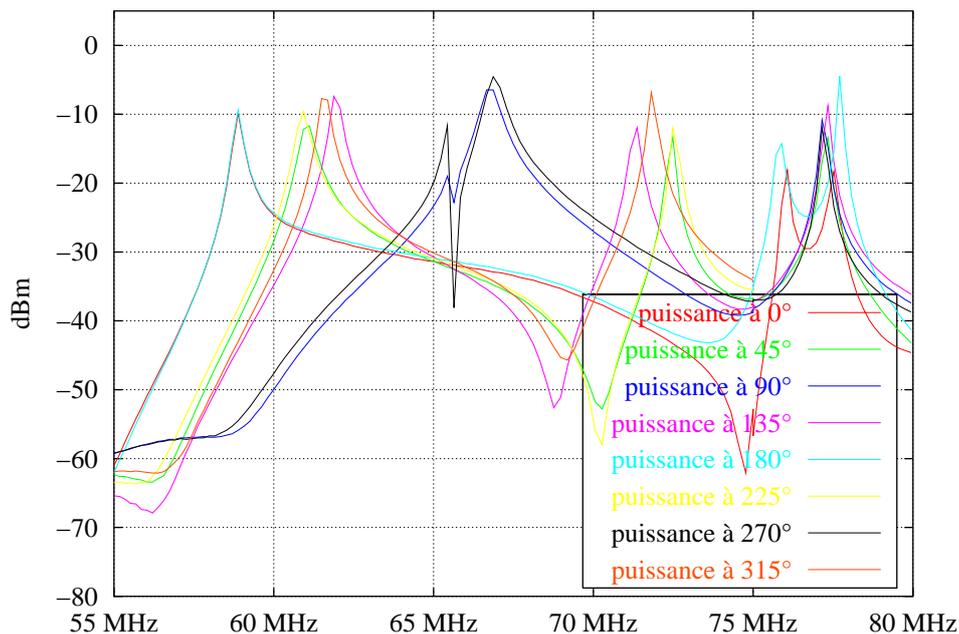


FIG. 3.14 – Balayages fréquentiels sur la bande 55-80 MHz en fonction de l'orientation du brasseur (mesures de puissances)

Observations sur la bande 55-80 MHz

Le spectre de puissance pour chaque position du brasseur (de 0 à 315°, tous les 45°) est représenté sur la figure 3.14.

On constate que l'on retrouve les caractéristiques observées sur les spectres des simulations, bien que sur des bandes légèrement différentes :

- un premier groupe de raies sur la bande 59-65 MHz ;
- un deuxième groupe, sur la bande 67-76 MHz ;
- et enfin le troisième groupe, localisé autour de 77 MHz.

Cependant, les raies du premier groupe ont une amplitude du même ordre de grandeur que celles du deuxième, ce qui n'est pas le cas pour les simulations. Cela est dû à l'excitation ponctuelle du champ dans les simulations et à l'excitation par une antenne filaire en mesures. On peut aussi remarquer que les raies ont une largeur importante, alors qu'elle est très faible pour les simulations, les parois de la chambre modélisée étant parfaitement conductrices.

Observations sur la bande 80-95 MHz

Le spectre de puissance pour chaque position du brasseur (de 0 à 315°, tous les 45°) est représenté sur la figure 3.15 page suivante.

Faire le parallèle avec les résultats de simulations est plus délicat dans ce cas. En effet, les simulations montrent que les fréquences des modes existant dans cette bande de fréquences

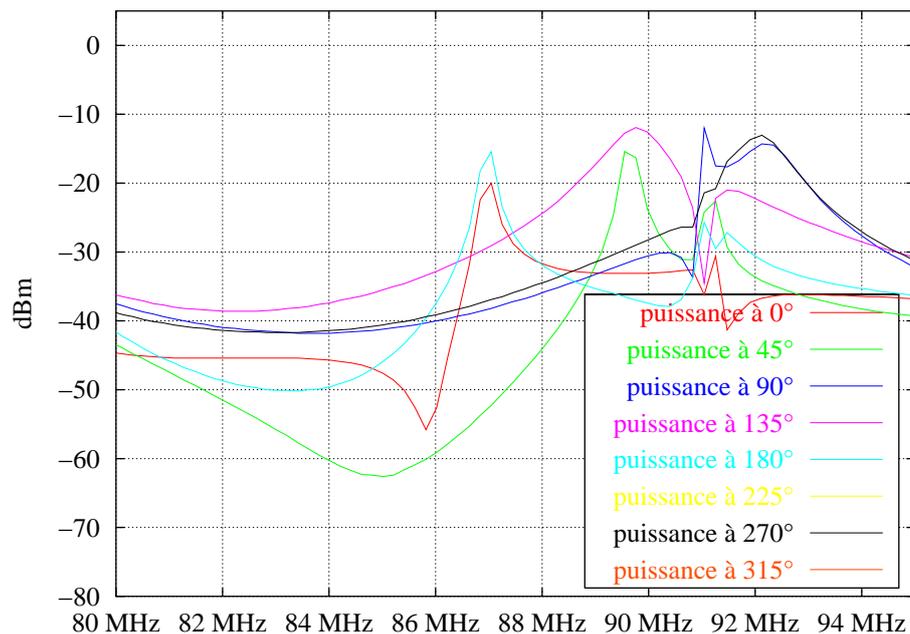


FIG. 3.15 – Balayages fréquentiels sur la bande 80-95 MHz en fonction de l'orientation du brasseur (mesures de puissances)

peuvent se recouvrir durant la rotation du brasseur. De plus, l'écart fréquentiel est assez faible et les raies sont relativement larges. On peut seulement remarquer sur cette figure une fréquence relativement basse, vers 87 MHz pour des positions du brasseur à 0 et à 180°, analogue à celle que nous avons observée en simulation. Au-delà de 90-91 MHz, il n'est plus possible de distinguer les raies. La comparaison entre les résultats de simulations et les mesures n'a donc pas pu être poussée plus loin.

3.3 Influence du brasseur en hautes fréquences

Nous avons vu en début de chapitre comment nous pouvions caractériser les modes dans une bande de fréquences donnée, à partir de leur cartographie de champ. Nous avons vu aussi dans le chapitre précédent que la particularité de l'étude des cartographies de champ en hautes fréquences était qu'elles pouvaient être « maquillées » par la présence d'autres modes proches, à cause du recouvrement de modes numérique. Nous en avons conclu que pour distinguer chaque mode, il était nécessaire de prendre un temps d'observation suffisamment long, pour peu que la fréquence de travail ne soit pas trop élevée. Ainsi, l'étude des cartographies de champ à 400 MHz est tout à fait envisageable, mais elle l'est nettement moins à 1 GHz, pour des temps de calculs acceptables.

Commençons par étudier l'influence de la présence du brasseur³ (figure 3.1(d) page 66) sur les spectres à 400 MHz et à 1 GHz (figures 3.16 et 3.17 page suivante).

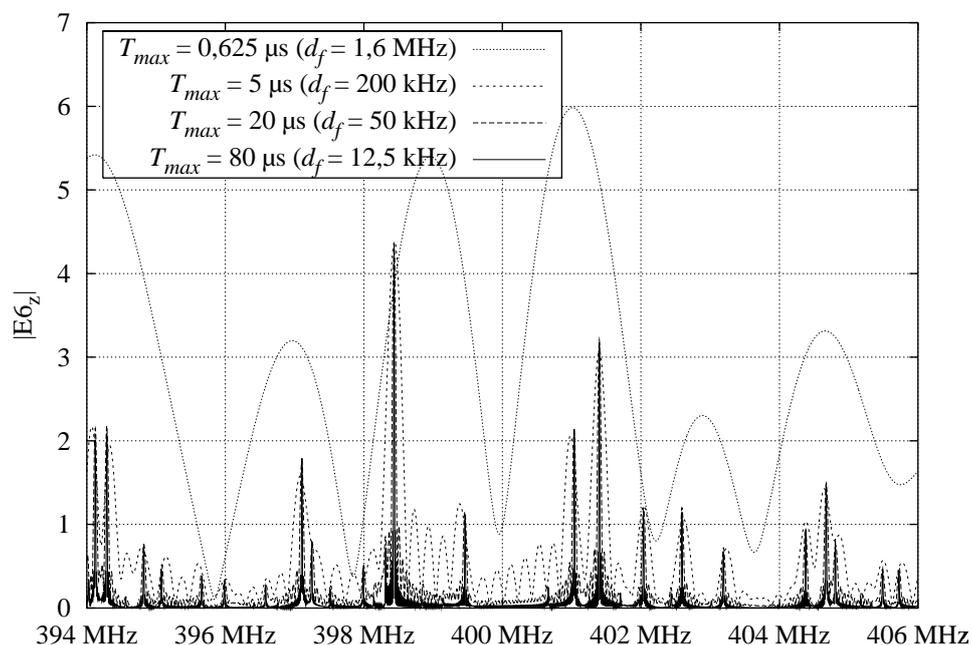


FIG. 3.16 – Amplitude des raies de résonance autour de 400 MHz pour différentes largeurs de fenêtres temporelles

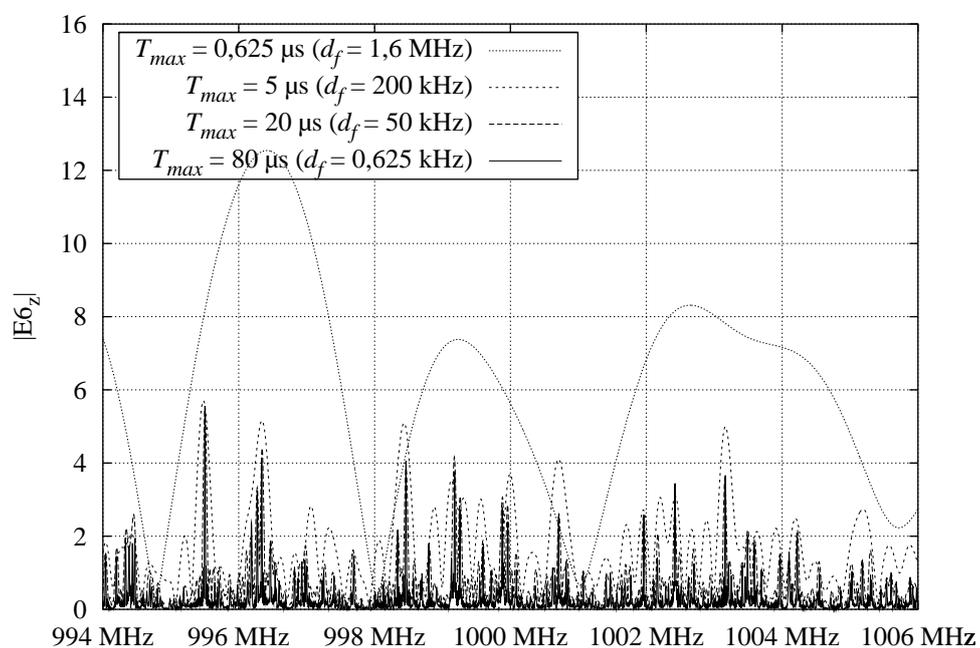


FIG. 3.17 – Amplitude des raies de résonance autour de 1 GHz pour différentes largeurs de fenêtres temporelles

Il apparaît clairement sur ces figures que la présence du brasseur augmente sensiblement le nombre de fréquences par rapport au cas sans brasseur (figures 2.12 et 2.13 pages 28-29), passant du simple au double sur les deux bandes de fréquences considérées. En effet, les modes en hautes fréquences sont pour la plupart des modes TE/TM dont la dégénérescence est levée par la présence du brasseur, doublant ainsi le nombre de fréquences dans la bande considérée. Le phénomène de recouvrement étant plus important, le niveau moyen du champ est supérieur à celui de la chambre sans brasseur. Ceci dit, les valeurs de champ, pour une durée T_{max} de 5 μ s, sont assez proches de celles observées pour $T_{max} = 80 \mu$ s à 400 MHz. Ça l'est un peu moins à 1 GHz. L'erreur sur l'amplitude reste donc acceptable pour la durée d'observation utilisée pour les statistiques ($T_{max} = 5 \mu$ s).

Outre la modification de l'amplitude des raies, il est intéressant d'évaluer le décalage des fréquences de résonance sous l'influence de la présence du brasseur. Nous avons déduit certaines lois sur ce décalage dans les sections précédentes en basses fréquences. Ici, le problème est tout autre. Nous voyons à cela deux raisons. La première est qu'à ces fréquences, les ordres mnp étant élevés, les variations spatiales des modes sont beaucoup plus complexes qu'en basses fréquences. Ainsi, on ne peut plus dire que le brasseur modifie plus ou moins localement un mode propre de la chambre, dans la plupart des cas. La perturbation apportée par le brasseur n'est plus locale, mais globale, dans l'espace tout entier de la chambre. Il existe cependant des cas particuliers où la présence du brasseur modifie peu la répartition spatiale du champ par rapport au cas sans brasseur. Il s'agit soit de modes pour lesquels l'amplitude du champ est faible au centre de la chambre, de préférence à la hauteur du brasseur, comme les modes TE/TM_{11p}, soit de modes TM_{mm0}. Mais ces cas représentent une faible proportion de l'ensemble des modes en hautes fréquences. La seconde raison est justement liée à l'augmentation de la densité de modes. Les cartographies de champ issues des simulations FDTD montrent qu'il est très difficile de reconnaître à quel mode correspond une fréquence donnée, ou de distinguer un mode d'un mode voisin. La notion de mode, que l'on peut caractériser par sa cartographie (§ 2.3.1 page 22), n'a plus de sens ici.

Par exemple, dans le cas de la chambre sans brasseur, nous avons pu identifier tous les modes dans une bande de 12 MHz autour de 400 MHz. Par contre, nous n'avons reconnu aucun mode dans une bande de 5 MHz autour de cette même fréquence en présence du brasseur dans une position fixe, à part un mode ressemblant au mode TE/TM₁₁₈ (figure 3.18 page suivante) sur la composante E_x , à une fréquence décalée de 400 kHz par rapport à ce dernier.

La présence du brasseur au deux tiers de la hauteur de la chambre perturbe en fait les composantes E_x et E_y de ce mode de manière totalement différente.

En effet, le brasseur se situe dans une zone de champ faible sur E_x . Cette composante est donc peu perturbée (figure 3.19 page suivante).

Si l'on considère maintenant la composante E_y de ce mode (ou la composante E_z , sur laquelle on peut faire les mêmes constatations), on obtient des résultats totalement différents : la répartition spatiale du champ est assez désordonnée, elle ne ressemble plus à celle du mode TE/TM₁₁₈ sur E_y (figure 3.20 page 84).

Le nombre de fréquences a doublé à cause de la présence du brasseur. Il est donc difficile, dans ces conditions, de trouver une raie qui soit bien séparée des autres. En augmentant le temps d'observation (quatre fois plus long), la séparation en fréquence est plus nette, mais la cartogra-

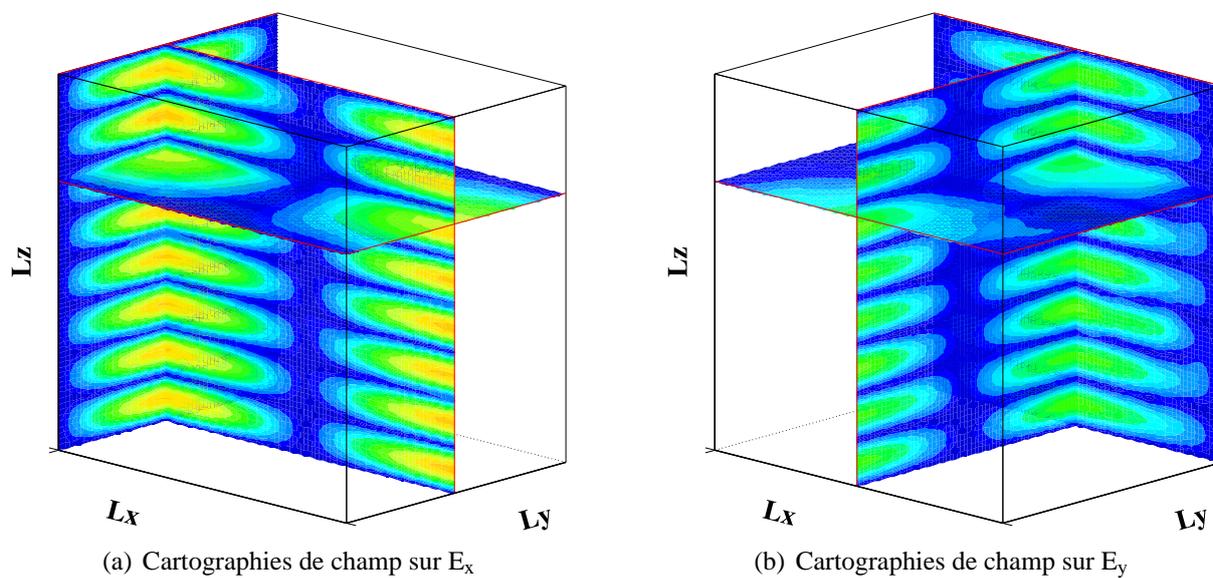


FIG. 3.18 – Cartographies du mode TE/TM_{118} sur E_x et sur E_y à 396,41 MHz

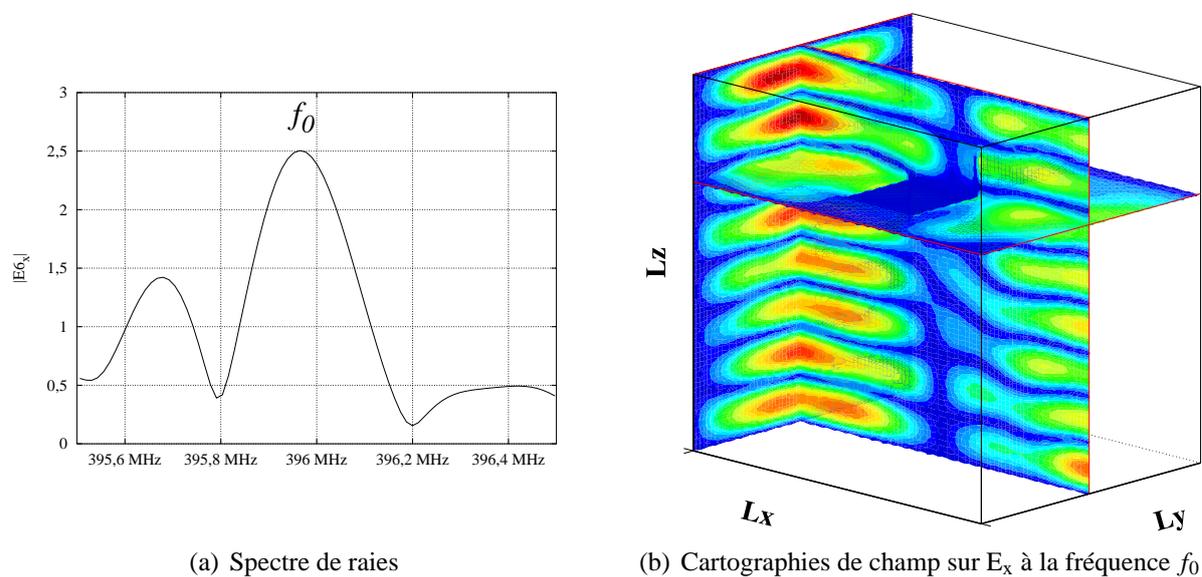


FIG. 3.19 – Mode à 396 MHz peu perturbé sur la composante E_x par la présence du brasseur3 à 0° pour $T_{max} = 5 \mu s$

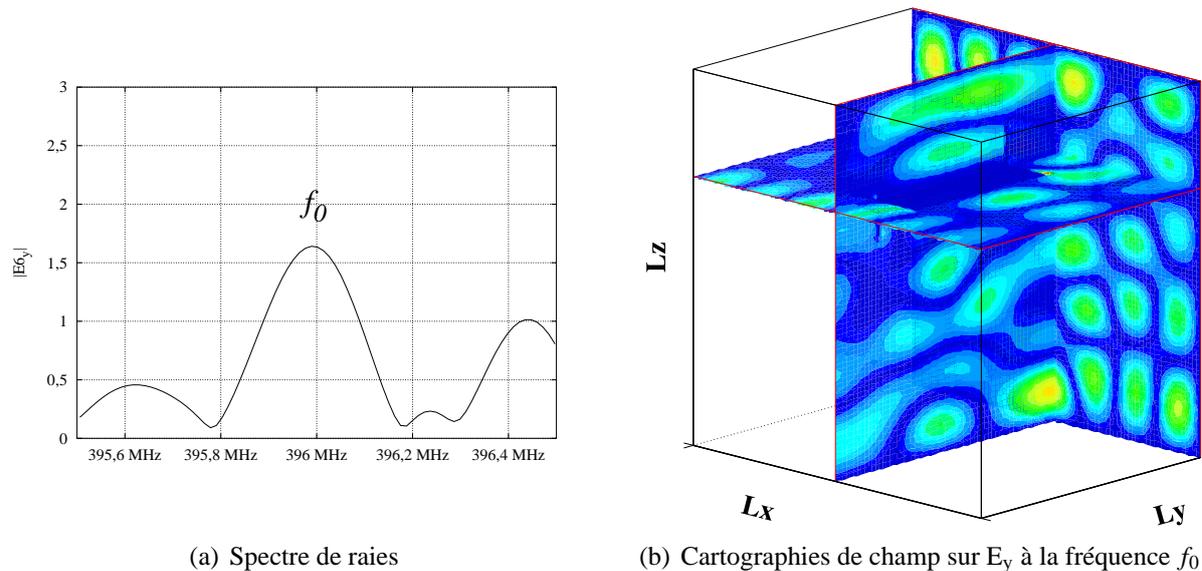


FIG. 3.20 – Mode à 396 MHz perturbé sur la composante E_y par la présence du brasseur3 à 0° pour $T_{max} = 5 \mu s$

phie reste inchangée (figure 3.21 page suivante).

Force est de constater que même avec une définition fréquentielle relativement fine, il est impossible de reconnaître la dépendance spatiale d'un mode ressemblant à un mode propre de la chambre.

Dans ce cas, il est clair que la déformation du mode n'est pas due à un phénomène de recouvrement numérique, comme c'était le cas pour la chambre sans brasseur pour un temps d'observation trop court (§ 2.3.1 page 22). Il s'agit ici de la répartition spatiale réelle du mode, celui-ci étant fortement perturbé par la présence du brasseur. La dépendance spatiale des modes ne pouvant pas être caractérisée, comme on a pu le faire en basses fréquences, il n'est pas possible, dans la plupart des cas, de suivre l'évolution fréquentielle d'un mode donné au cours de la rotation du brasseur. La notion de mode, au sens où on l'entend en basses fréquences, c'est-à-dire de type TE, TM ou TE/TM, n'existe plus ici.

Cette constatation nous permet donc de distinguer deux bandes de fréquences caractéristiques du fonctionnement de la chambre réverbérante. La première, inférieure à la centaine de MHz et appelée pour cette raison « basses fréquences », correspond aux fréquences pour lesquelles il est possible de suivre l'évolution d'un mode au cours d'une rotation du brasseur, celui-ci ne perturbant que localement les modes propres de la chambre sans brasseur. La deuxième bande, qualifiée de « hautes fréquences » est associée aux fréquences pour lesquelles il n'est *plus possible* de suivre un mode sur une rotation de brasseur, pour la raison qui vient d'être présentée.

Le brasseur étant situé dans une zone de champ faible pour la composante E_x du mode TE/TM₁₁₈ (deuxième plan horizontal), celui-ci est très peu perturbé par la rotation du brasseur sur une dizaine de degrés. Il n'est donc pas représentatif de l'évolution fréquentielle des modes à ces fréquences. De plus, au-delà de 10° , le brasseur commence à perturber les zones où

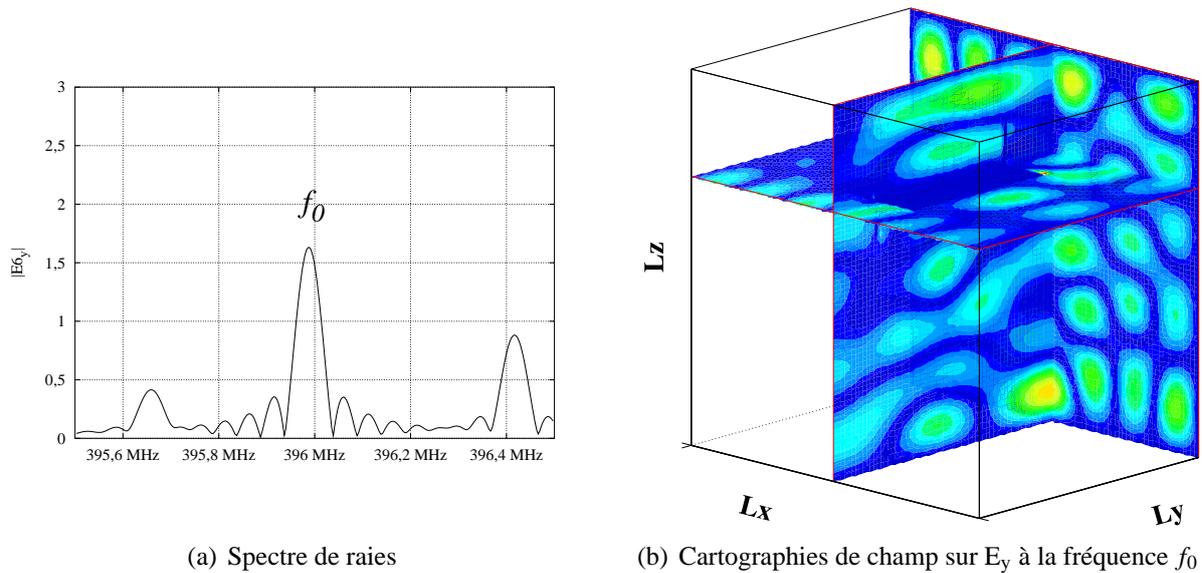


FIG. 3.21 – Mode à 396 MHz perturbé sur la composante E_y par la présence du brasseur3 à 0° pour $T_{max} = 20 \mu s$

le champ devient élevé. La structure du mode est détruite et n'est donc plus reconnaissable.

Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une approche modale pour étudier le fonctionnement de la chambre réverbérante, principalement en basses fréquences. Nous pouvons tirer de cette étude deux cas de figures, en fonction de la bande de fréquences observée.

Le premier cas correspond à la bande de fréquences basses, inférieures à la centaine de MHz. À ces fréquences, la faible densité de modes permet de distinguer chaque fréquence de résonance et d'étudier séparément chaque mode, à l'aide des cartographies de champ calculées en simulations.

La première conséquence de l'introduction d'un objet, de taille importante comme le brasseur de modes, est de décaler les fréquences de résonance vers les basses fréquences. Cette propriété est importante, car elle signifie qu'à fréquence égale, la densité de modes sera plus importante avec le brasseur. Un des problèmes actuels d'optimisation est de descendre au maximum cette fréquence, en gardant des dimensions de brasseur et de chambre raisonnables, afin d'augmenter la densité de modes, ou de descendre la fréquence minimale d'utilisation f_{LUF} .

Nous avons vu en début de chapitre que les trois types de modes qui existent dans une cavité, les modes TE_{0np} et TE_{m0p} , les modes TM_{mn0} et les modes TE/TM_{mnp} , subissent différemment l'influence du brasseur, en fonction de son orientation. Les modes TE subissent le décalage fréquentiel le plus important, de plusieurs MHz, à cause de leur indépendance vis-à-vis d'une variable d'espace. Les modes TM sont les modes qui sont le moins perturbés par la présence du brasseur. La bande de fréquences balayée au cours d'une rotation du brasseur est inférieure à

2 MHz, même pour une forme complexe comme celle du brasseur du CERPEM. Il faudrait envisager, surtout en simulation où la forme des brasseurs est nécessairement simple, d'implémenter des brasseurs d'axe horizontal sur les murs de la chambre, afin d'augmenter le décalage fréquentiel subi par les modes. Les modes TE/TM sont peu perturbés aussi, à cause de leur symétrie en x et en y , tout au moins pour les modes pour lesquels $m = n$. Dans ce cas, l'écart fréquentiel maximal est obtenu entre la position d'origine, à 0° , et une position oblique du brasseur. Cet écart étant de l'ordre du MHz pour $m = n = 1$, il ne peut être qu'inférieur pour les modes supérieurs. Cette propriété est importante car les modes sont majoritairement TE/TM en hautes fréquences, où l'on cherchera à obtenir un brassage « efficace ».

Enfin, nous avons vu que l'étude modale à l'aide des cartographies ne pouvait être menée que pour des fréquences inférieures à la centaine de MHz. Au-delà de 100 MHz, il devient difficile de suivre un mode sur une rotation complète du brasseur. Les modes commencent à être perturbés de manière significative par le brasseur. Au-delà de 400 MHz, l'étude est impossible. À ces fréquences, le problème n'est plus de suivre l'évolution fréquentielle d'un mode, mais de le reconnaître, ne serait-ce que pour une position fixe du brasseur. Le champ n'a plus de structure modale au sens où on l'entend en basses fréquences. Celle-ci est détruite par les dimensions du brasseur, grandes devant les longueurs d'ondes. De plus, la densité de modes devenant importante, le brasseur mélange les modes, ce qui ne permet plus de les distinguer. Une étude modale n'est donc plus possible. Il est alors nécessaire de passer à une autre approche pour étudier le champ en hautes fréquences : l'approche statistique.

Chapitre 4

Étude statistique

Introduction

Nous avons présenté dans le chapitre précédent une étude modale du fonctionnement de la chambre réverbérante en basses fréquences. Nous avons mis en évidence le rôle du brasseur de modes sur le décalage fréquentiel des premiers modes propres de la chambre. Cette étude en basses fréquences a pu être menée, à l'aide des cartographies de champs électrique et magnétique, grâce à la faible densité de modes. Nous avons ainsi pu discerner et caractériser précisément chaque mode.

Par contre, nous avons vu qu'à partir de la centaine de MHz, le suivi des modes sur une rotation complète du brasseur devient difficile. À 400 MHz, on ne peut plus reconnaître la répartition spatiale d'un mode propre lorsque le brasseur est en position fixe. En effet, à ces fréquences, le brasseur de modes perturbe globalement les modes, dans tout le volume de la chambre. L'étude modale, comme nous l'avons menée en basses fréquences, n'est donc plus possible.

Ce constat met donc en évidence la propriété fondamentale suivante. Le champ électromagnétique étant fortement perturbé, il ne suit plus un comportement déterministe. L'utilisation d'outils statistiques est donc rendue nécessaire par la nature aléatoire du champ à des fréquences supérieures à quelques centaines de MHz.

Nous proposons d'aborder dans ce chapitre cette étude statistique sous différents aspects.

Nous avons vu dans le chapitre 1 que l'on pouvait qualifier le fonctionnement d'une chambre réverbérante à partir du rapport de la puissance maximale sur la puissance moyenne considérée sur un tour de brasseur, ce rapport devant être compris entre 7 et 8 dB. Nous commencerons donc par vérifier ce critère sur les résultats de simulations FDTD. La modélisation de l'antenne sortant du cadre de ce travail, la puissance n'est pas estimée à partir du courant recueilli mais à partir du module au carré des valeurs de champ électrique considérées sur les neuf points du volume de travail, aux fréquences utilisées pour les mesures de puissances.

Nous présenterons ensuite les résultats concernant les écarts-types des valeurs de champ. Le critère que nous utiliserons est tiré de la norme IEC-61000-4-21 [26]. Comme il est préconisé dans cette norme, les valeurs de champ seront recueillies sur les huit sommets du volume de travail.

Nous terminerons cette première partie par une comparaison des lois de probabilité empiriques et théoriques, à l'aide du test statistique de Kolmogorov-Smirnov. Généralement, ce test est effectué sur le module du champ ou sur la puissance, puisque ce sont ces grandeurs que l'on relève en mesures. Nous présenterons, outre sur ces deux grandeurs, les résultats de ce test sur le champ complexe et sur sa phase. Nous tirerons de ces résultats des conclusions sur l'homogénéité du champ et son isotropie dans le chapitre suivant.

Cependant, les résultats présentés dans cette première étude nous ont amenés à reconsidérer le protocole de simulations, utilisé pour l'étude modale en basses fréquences, protocole que l'on peut résumer de façon succincte :

- les valeurs de champ sont relevées sur 72 positions de brasseur (tous les 5°) ;
- les parois de la chambre sont parfaitement conductrices ;
- l'excitation ponctuelle du champ électrique est située dans un coin de la chambre.

Il nous est alors apparu intéressant d'étudier l'influence de ces paramètres sur les différentes grandeurs statistiques étudiées : prise en compte d'une part, d'un nombre plus important de positions de brasseur et d'autre part, des pertes dans la chambre.

Enfin, nous terminerons ce chapitre en présentant des résultats de simulations de la chambre contenant un objet métallique, et son influence sur les différents critères statistiques précédents.

4.1 Protocole des simulations en hautes fréquences

Pour cette étude statistique, nous avons utilisé, dans un premier temps, les résultats temporels des simulations effectuées pour l'étude modale (chapitre 3) dont le protocole est décrit ci-dessous :

- le brasseur3 (figure 3.1(d) page 66) mesure environ $1,50 \times 0,75 \text{ m}^2$ dans un plan horizontal, à environ 2,20 m du sol de la chambre ; les faces verticales sur chaque côté ont une hauteur d'une trentaine de centimètres, soit une surface verticale totale de 60 cm ; nous avons choisi ce brasseur parce qu'il a la forme la plus complexe ; il est donc susceptible de perturber plus efficacement le champ que les autres brasseurs modélisés ;
- le maillage utilisé est constitué de $77 \times 61 \times 73$ cellules de 4 cm de côté ; la fréquence maximale correspondant à une taille de cellule de $\lambda/20$ est de 330 MHz ($\lambda/16$ à 400 MHz) ;
- la fréquence d'échantillonnage est de 13 GHz, et la largeur du lobe principal des raies (représentées par des sinus cardinaux, les parois étant parfaitement conductrices) est de 400 kHz, pour un peu plus de 65 500 itérations ($N = 2^{16}$) ;
- l'excitation de Dirac est positionnée dans un coin de la chambre à environ 60 cm des parois de la chambre ; elle est égale à l'unité sur les trois composantes du champ \vec{E} , à l'instant $t = 0$;
- les positions d'observation du champ électromagnétique sont localisées aux huit sommets, ainsi que le centre, d'un parallélépipède rectangle d'une hauteur de 60 cm, dont les faces se situent à 85 cm des parois de la chambre ; la face supérieure de ce parallélépipède se situe à 80 cm du plan horizontal du brasseur (figure 3.1(a) page 66) ; à 400 MHz, ces

points d'observations sont donc à plus d'une longueur d'onde de distance des parois de la chambre ;

- enfin, les calculs pour une position donnée du brasseur durent environ 2 heures 30 sur un Pentium 4 cadencé à 1,5 GHz tournant sous FreeBSD.

Il reste à choisir un paramètre important qui est le nombre d'orientations prises par le brasseur. La taille des cellules et les dimensions du brasseur sont telles que ce dernier ne peut pas être orienté avec une précision inférieure à 1-2°. Par exemple, le brasseur discrétisé sur le maillage ne change pas de forme entre 0 et 1°. Par contre, sa forme est modifiée entre 2 et 3°. Si l'on considère maintenant la rotation complète de 0 à 359° par pas de 1°, il y a en tout 240 orientations possibles pour lesquelles la forme du brasseur est différente. Dans le cas d'un maillage constitué de cellules de 3 cm de côté (au lieu de 4 cm comme c'est le cas ici), la précision de l'orientation passe à 1°, c'est-à-dire que le brasseur peut prendre 359 orientations différentes. Mais le nombre total de cellules composant le maillage est alors supérieur à 825 000, et le temps de calculs pour la même résolution en fréquence (c'est-à-dire 200 kHz, soit environ 87 400 itérations) est de 6 heures 30 ; le nombre minimal d'itérations pour modéliser un facteur de qualité Q de 1000 à 400 MHz (équation (2.41)) est d'à peu près 69 000, soit 5 heures de calculs.

Nous avons vu (chapitre 1), dans le cadre des mesures de puissance effectuées au CERPEM, que la réponse de l'analyseur de spectre étant de 20 ms, on relevait 500 valeurs sur un tour de brasseur (c'est-à-dire un relevé tous les 0,72°), ce qui est très inférieur à ce que nous pouvons obtenir en simulation, avec une taille de maillage raisonnable. Par contre, en mesure de champ, la réponse du capteur n'étant que de 400 ms, le relevé n'est effectué que tous les 15° environ, mais sur quatre tours de brasseur. Cela correspond à une centaine d'orientations différentes, étant donné que le brasseur ne se retrouve pas exactement dans la même position d'un tour à l'autre. Cependant, nous avons vu dans ce chapitre que, le champ étant sous-échantillonné, les statistiques s'en trouvaient faussées.

Le nombre d'orientations du brasseur à prendre en compte pour les simulations est donc un problème délicat. Une étude sur les corrélations entre les différentes positions du brasseur est à ce sujet intéressante. Nous la présenterons ultérieurement dans la section 4.3.1 page 103.

Enfin, dernier paramètre important, il faut fixer les fréquences auxquelles nous ferons les observations et les statistiques. Nous en avons pris deux. La première, 400 MHz, est comprise entre des fréquences correspondant à des tailles de cellules de « $\lambda/20$ » et de « $\lambda/10$ », c'est-à-dire 330 et 660 MHz. Le fonctionnement de la chambre n'est pas supposé être optimal à cette fréquence, qui correspond à la fréquence limite basse du fonctionnement de la chambre du CERPEM.

En effet, différents critères permettent de déterminer la fréquence d'utilisation minimale d'une chambre réverbérante, en fonction de ses dimensions :

- le premier critère est lié à la fréquence fondamentale f_0 de la chambre. La fréquence minimale d'utilisation (« Lowest Useable Frequency ») f_{LUF} est alors comprise entre 4 et 6 f_0 [26, 40]. La fréquence fondamentale de la chambre du CERPEM étant de 70 MHz (fréquence propre du mode TE_{101}), on obtient une fréquence f_{LUF} comprise entre 280 et 420 MHz.
- le deuxième critère estime le nombre minimal de modes à partir duquel la chambre est censée fonctionner. D'après Mitra [40], un nombre de 60 modes semble suffisant. Pour la

chambre du CERPEM, il y en a plus de 200 à 400 MHz¹.

- le troisième critère se base sur le nombre M moyen de modes dans une largeur de raie à -3 dB autour de la fréquence d'utilisation [26, 40]. Un nombre moyen de modes compris entre 1 et 2,5 est nécessaire pour obtenir un champ statistiquement homogène. On trouve $M = 1,4$ pour une valeur de Q relativement faible à 400 MHz ($Q = 1000$, section 4.3.4 page 127).
- enfin, le dernier critère [31] donne une estimation de la fréquence f_{LUF} en fonction de la surface de la chambre. Une chambre dont la surface est de 50 m² fonctionne correctement à partir de 400 MHz. La surface de la chambre du CERPEM étant de 49,6 m², elle est susceptible de fonctionner à partir de 400 MHz.

La seconde fréquence est de 1 GHz. À cette fréquence, la taille des cellules correspondant à « $\lambda/10$ » est de 3 cm, alors que le maillage utilisé est constitué de cellules de 4 cm. D'après les cartographies de champ électrique obtenues à partir de simulations dans le cas de la chambre sans brasseur, le décalage fréquentiel des raies à 1 GHz vers les basses fréquences peut être de l'ordre d'une dizaine de MHz. Mais ce n'est pas la position exacte des fréquences de résonance qui nous intéresse ici car nous étudions le champ moyen sur un tour de brasseur.

4.2 Critères statistiques

Nous avons trois critères à notre disposition pour estimer les propriétés du champ électromagnétique dans une chambre réverbérante.

Critère 1 Le premier critère concerne la puissance reçue par l'antenne réceptrice, critère qui a été vu dans le chapitre 1. Pour les simulations, on associera la puissance mesurée sur l'antenne de réception au module des valeurs de champ au carré relevés sur les neuf points d'observation du volume de travail. On estimera donc, en moyennant spatialement les résultats pris sur ce volume, le rapport de la valeur maximale de $|\vec{E}|^2$ sur sa moyenne, toutes les deux considérées sur un tour de brasseur. Ces valeurs seront évaluées aux mêmes fréquences que dans le cas des mesures de puissance, sur la bande 10 MHz-1 GHz.

Critère 2 Le deuxième critère, qui s'appuie principalement sur la norme IEC-61000-4-21 [26], est relatif aux écarts-types pris sur les valeurs de champ maximales moyennées, considérées sur un tour de brasseur et sur les huit sommets du volume de travail. Nous nous baserons sur les critères fournis par cette norme pour évaluer l'homogénéité du champ à 400 MHz et à 1 GHz.

Critère 3 Le troisième critère s'appuie sur la comparaison entre les lois de probabilité empiriques et théoriques des valeurs de champ (partie réelle et imaginaire, phase, module, module au carré). Cette comparaison s'effectue à l'aide d'un test statistique, appelé test de Kolmogorov-Smirnov (KS), dont la réponse est simplement de dire si les deux lois sont équivalentes, auquel

1. Ce critère de 60 modes est équivalent au critère précédent si l'on prend $4 f_0$.

cas la réponse renvoyée est 1. Dans le cas contraire, le test renvoie la réponse 0. Dans un premier temps, on évaluera ce test aux deux fréquences 400 MHz et 1 GHz.

Notons enfin que les résultats présentés ici ne concernent que le brasseur3. La comparaison des résultats statistiques liés aux différents brasseurs modélisés (figure 3.1 page 66) fera l'objet du chapitre 5, consacré à l'optimisation du brassage.

4.2.1 Critère sur la puissance issue des simulations

Afin de mettre en évidence l'influence du brasseur sur la puissance en fonction de la fréquence, nous avons représenté sur la figure 4.1 le rapport des puissances considéré sur les neuf points du volume de travail, dans la chambre sans brasseur.

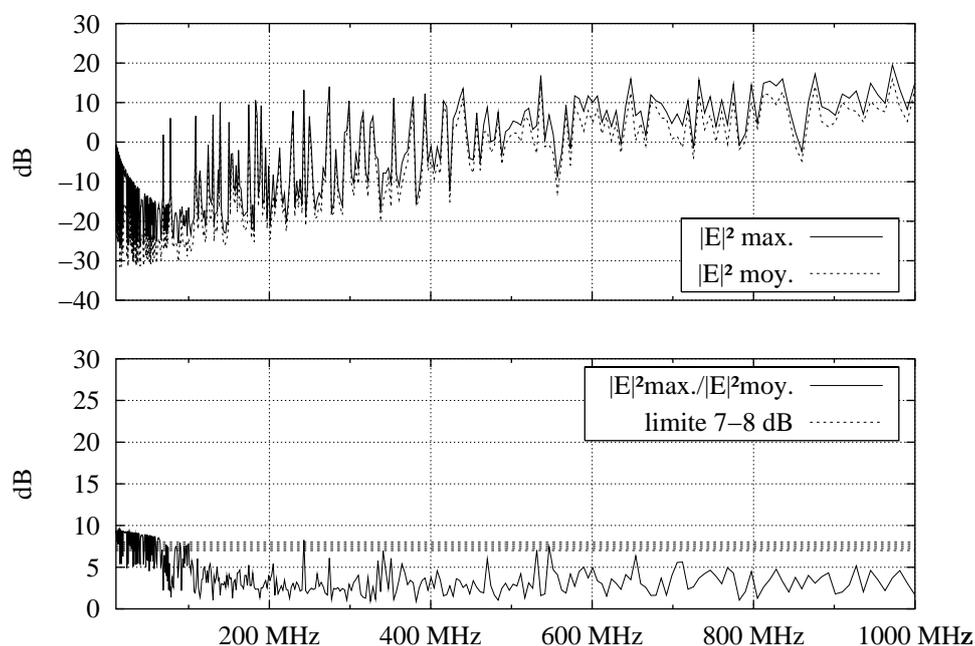


FIG. 4.1 – Rapport de puissances, sur le volume de travail, chambre sans brasseur

Nous pouvons constater sur cette figure que le spectre peut se découper en trois parties distinctes, comme dans le cas des mesures de puissances (figure 1.2 page 7).

Dans la première partie, inférieure à 100 MHz, le profil est assez lisse, le nombre de résonances est très faible.

Entre 100 et 400 MHz, la puissance a un profil très chaotique, avec une grande dynamique.

Au-delà de 400 MHz, la puissance a aussi un aspect chaotique, mais les variations sont moindres, le champ tendant à devenir plus homogène grâce à la densité de modes importante. La puissance maximale étant assez proche de la puissance moyenne, le champ subit peu de fluctuations. On retrouve donc les mêmes caractéristiques que dans le cas des mesures de puissance (section 1.1.1 page 6), à ceci-près que le rapport des puissances est inférieur à 5 dB.

La présence du brasseur, tout en gardant les mêmes propriétés que nous venons de voir sur les différentes parties du spectre, va sensiblement modifier ce rapport.

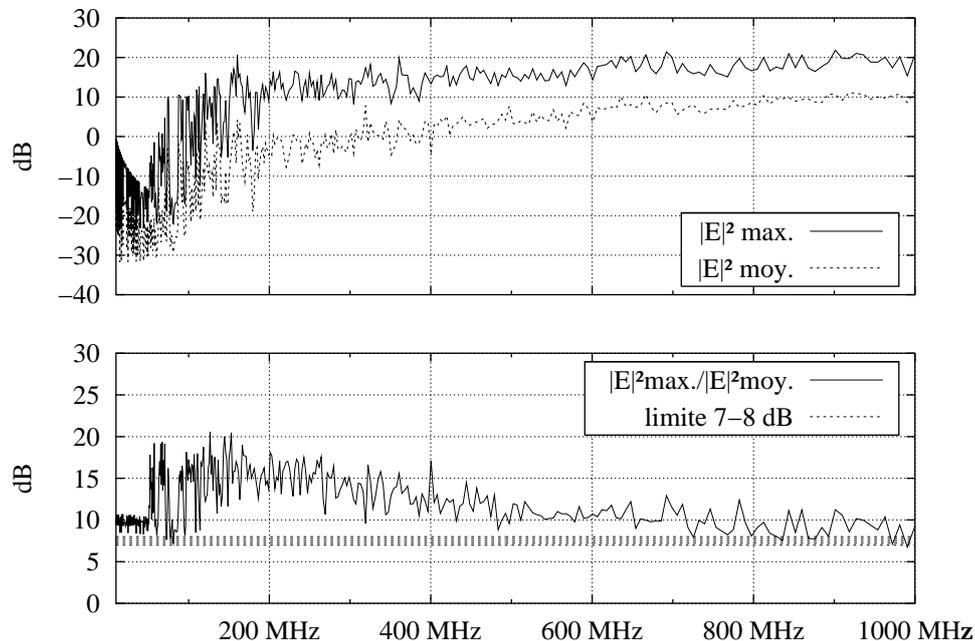


FIG. 4.2 – Rapport de puissances, sur le volume de travail, pour 72 positions du brasseur

On remarque sur la figure 4.2 les trois zones distinctes du spectre que l'on a vu dans le cadre des mesures de puissances.

La première zone, où le champ est d'amplitude très faible, s'étend jusqu'à 50 MHz environ. Nous avons vu dans le chapitre 3, que la présence du brasseur, outre le fait de mélanger les modes en basses fréquences avait aussi pour effet de faire baisser la fréquence fondamentale f_0 , en l'occurrence jusqu'à 50 MHz.

De 50 MHz jusqu'à 400 MHz environ, le rapport des puissances est très chahuté. Au-delà de 400 MHz, les fluctuations sur les puissances maximales et moyennées sont beaucoup plus faibles que dans le cas précédent, puisque l'on a 72 positions de brasseur. La distribution des puissances en fonction de la fréquence est donc plus uniforme. De plus, la dynamique est nettement plus importante, les puissances maximales étant supérieures d'environ 9 dB aux puissances moyennes. Le rapport de 7/8 dB n'est donc pas atteint.

La cause est sans doute due aux caractéristiques des simulations que nous avons précédemment énoncées, sur lesquelles nous reviendrons ultérieurement.

4.2.2 Critère sur les écarts-types des valeurs de champ issues des simulations

Le critère précédent est basé sur le rapport des puissances maximales et moyennées pour conclure sur l'homogénéité du champ.

Ici, le principe est assez similaire. On compare cette fois-ci les valeurs de champ sur les différents points du volume de travail. Ces critères, relatifs à la norme IEC-61000-4-21, permettent non seulement d'évaluer l'homogénéité du champ mais aussi son isotropie, ce que ne permet pas le critère sur le rapport des puissances.

Le paramètre que l'on évalue ici est simplement l'écart-type des valeurs maximales du champ sur un tour de brasseur et relevées sur les huit sommets du parallélépipède constituant le volume de travail. On évalue d'une part cet écart-type sur les trois composantes du champ en chaque point, afin d'estimer son isotropie, et d'autre part, sur l'ensemble des composantes, pour évaluer son homogénéité. Les valeurs de champ sont tirées du module de la TFD des résultats temporels, à 400 MHz et à 1 GHz.

On évalue à partir de ces valeurs les grandeurs suivantes :

$$\sigma_{i(\text{dB})} = 20 \log \left(\frac{\sigma_i + \langle E_i^{\text{max}} \rangle}{\langle E_i^{\text{max}} \rangle} \right), i = x, y, z,$$

où σ_i est l'écart-type des huit valeurs maximales et $\langle E_i^{\text{max}} \rangle$, la moyenne de ces huit valeurs maximales.

On évalue aussi l'écart-type global, sur les trois composantes du champ relevées sur les huit points du volume de travail

$$\sigma_{(\text{dB})} = 20 \log \left(\frac{\sigma_{x,y,z} + \langle E_{x,y,z}^{\text{max}} \rangle}{\langle E_{x,y,z}^{\text{max}} \rangle} \right),$$

$\sigma_{x,y,z}$ représentant l'écart-type des 24 valeurs maximales, et $\langle E_{x,y,z}^{\text{max}} \rangle$, leur moyenne.

TAB. 4.1 – Propriétés statistiques du champ à 400 MHz, pour 72 positions du brasseur

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
valeurs moyennes ($\langle E_i^{\text{max}} \rangle$)	1,33	1,5	1,41
écarts-types (σ_i)	0,21	0,45	0,52
écarts-types ($\sigma_i(\text{dB})$)	1,26	2,26	2,72

valeur moyenne sur toutes les composantes ($\langle E_{x,y,z}^{\text{max}} \rangle$) : 1,41

écart-type sur toutes les composantes ($\sigma_{x,y,z}$) : 0,4

écart-type global en dB : $\sigma_{(\text{dB})} = 2,17$

La norme stipule alors que le champ peut être considéré comme homogène lorsque l'écart-type global en dB est inférieur à 3 dB. C'est ce que l'on constate d'après les tableaux 4.1 et 4.2 page suivante, à 400 MHz comme à 1 GHz. On remarque aussi que l'homogénéité est meilleure à 1 GHz qu'à 400 MHz, l'écart-type calculé à 1 GHz étant inférieur à celui calculé à 400 MHz.

4.2.3 Critères sur les lois de probabilité des valeurs de champ

Dans le cas où la densité de modes est importante, c'est-à-dire à des fréquences pour lesquelles la chambre est surdimensionnée par rapport à la longueur d'onde, on montre que le

TAB. 4.2 – Propriétés statistiques du champ à 1 GHz, pour 72 positions du brasseur

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
valeurs moyennes ($\langle E_i^{\max} \rangle$)	6,11	4,91	5,63
écarts-types (σ_i)	1,25	1,01	0,48
écarts-types ($\sigma_i(\text{dB})$)	1,62	1,62	0,71

valeur moyenne sur toutes les composantes ($\langle E_{x,y,z}^{\max} \rangle$) : 5,55

écart-type sur toutes les composantes ($\sigma_{x,y,z}$) : 1,05

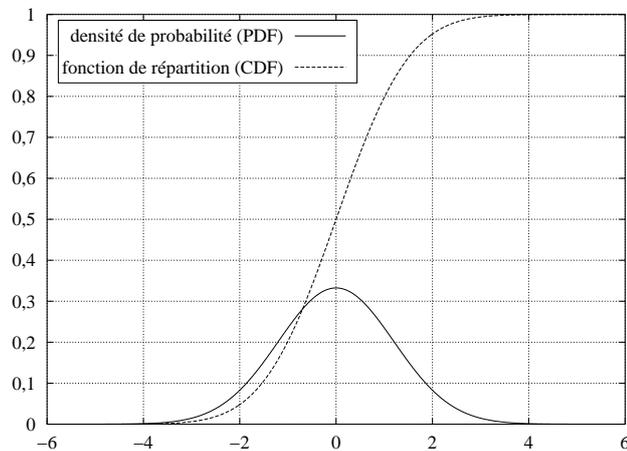
écart-type global en dB : $\sigma_{(\text{dB})} = 1,51$

champ électromagnétique, considéré sur une rotation de brasseur, est statistiquement homogène et isotrope. Dans ce cas, les différentes grandeurs du champ (parties réelle et imaginaire, phase, module et module au carré) obéissent à certaines lois statistiques [22, 25, 30]. On cherchera donc à vérifier si les lois de probabilité empiriques approchent les lois théoriques, à l'aide d'un test statistique. Le champ étant considéré comme homogène et isotrope, ces lois dépendent toutes d'un seul et même paramètre σ^2 , qui est la variance des lois normales du champ complexe. Le test statistique utilisé étant basé sur la comparaison des fonctions de répartition, ou fonctions cumulatives (CDF), nous donnons leur expression, ainsi que l'expression des densités de probabilité (PDF) associées :

- les parties réelle et imaginaire d'une composante rectangulaire du champ \vec{E} suivent une loi normale centrée de variance σ^2 , ces deux lois étant décorrélées. La fonction de répartition s'exprime à l'aide de la fonction erreur erf(x) :

$$\text{PDF} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

$$\text{CDF} = \frac{1}{2} \left(1 + \text{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right)$$

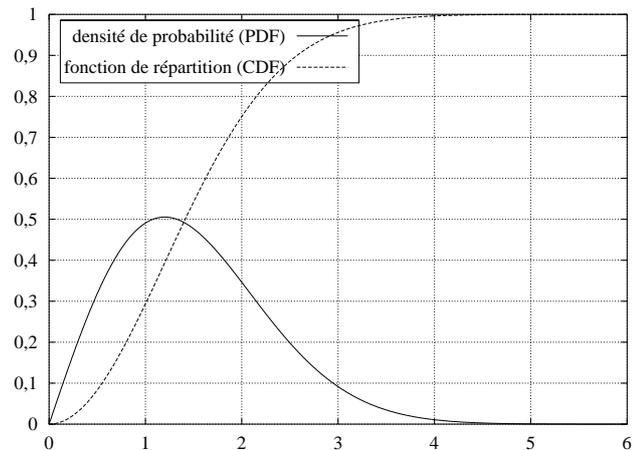


Densité de probabilité et fonction de répartition de la loi normale centrée $N(0, \sigma^2)$

- la phase du champ \vec{E} suit une loi uniforme ;
- le module d'une composante rectangulaire du champ \vec{E} suit une loi du χ à deux degrés de liberté, ou loi de Rayleigh :

$$\text{PDF} = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

$$\text{CDF} = 1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

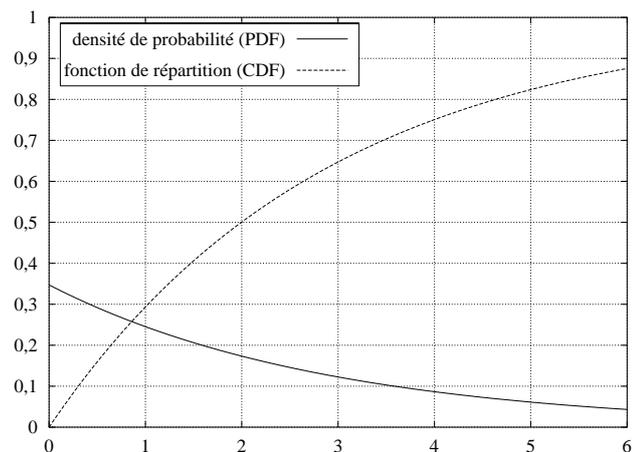


Densité de probabilité et fonction de répartition de la loi du $\chi_2(\sigma^2)$

- le module au carré d’une composante rectangulaire du champ \vec{E} suit une loi du χ^2 à deux degrés de liberté, ou loi exponentielle :

$$\text{PDF} = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{x}{2\sigma^2}}$$

$$\text{CDF} = 1 - e^{-\frac{x}{2\sigma^2}}$$



Densité de probabilité et fonction de répartition de la loi du $\chi_2^2(\sigma^2)$

Notons que le module du champ \vec{E} et son module au carré suivent respectivement une loi du χ et une loi du χ^2 , toutes les deux à six degrés de liberté. Nous ne vérifierons pas ces propriétés par la suite.

Enfin, une dernière propriété que vérifie le champ sous les conditions précédentes est que les échantillons relevés sur chaque composante du champ E_x , E_y et E_z sont décorrélés.

Nous vérifierons donc ces propriétés pour chaque fréquence étudiée, à l’aide de tests statistiques :

- nous calculerons un coefficient de corrélation entre les parties réelle et imaginaire d’une composante du champ et entre chaque composante du champ, afin de vérifier qu’elles sont

bien décorréelées ;

- nous utiliserons le test de Student [48] afin de vérifier que la moyenne d'un échantillon donné peut être considérée comme nulle ;
- pour vérifier que les deux lois normales de la partie réelle et de la partie imaginaire ont la même variance, nous utiliserons le test de Fisher-Snédecor [48].

Pour évaluer si les lois de probabilité empiriques suivent bien les lois théoriques, un critère tel que la comparaison visuelle des densités de probabilités ou des fonctions de répartition théoriques avec celles des résultats des simulations ne suffit pas. Nous utilisons donc un troisième test statistique, le test de Kolmogorov-Smirnov [44]. Celui-ci évalue la distance maximale D_N entre les fonctions de répartition théorique $F_0(x)$ et empirique $F(x)$. Le test compare alors cette distance par rapport à une valeur fixée c , dépendant d'un paramètre α . Ce paramètre représente la probabilité que l'hypothèse nulle $F(x) \equiv F_0(x)$ soit rejetée à tort par le test ; on prend généralement $\alpha = 5\%$. La quantité $1 - \alpha$ est désignée comme étant le niveau de confiance du test.

Le test de Kolmogorov-Smirnov donne donc deux réponses possibles :

- si $D_N < c$, le test est accepté et renvoie la valeur 1 ; l'hypothèse $F(x) \equiv F_0(x)$ est alors vérifiée ;
- sinon, le test n'est pas accepté et renvoie la valeur 0 ; l'hypothèse $F(x) \equiv F_0(x)$ n'est donc pas vérifiée ;

Le paramètre σ^2 intervenant dans la loi de Rayleigh (ou loi du χ) et dans la loi du χ^2 est estimé à partir de la demi-somme des variances σ_{re}^2 et σ_{im}^2 de la loi normale complexe, celles-ci devant être égales. Notons que d'après leur définition, la loi de Rayleigh et la loi du χ^2 dépendent du même paramètre, la loi du χ^2 n'étant que la loi du carré d'une variable aléatoire suivant une loi de Rayleigh. La réponse au test de KS sera donc la même pour ces deux lois.

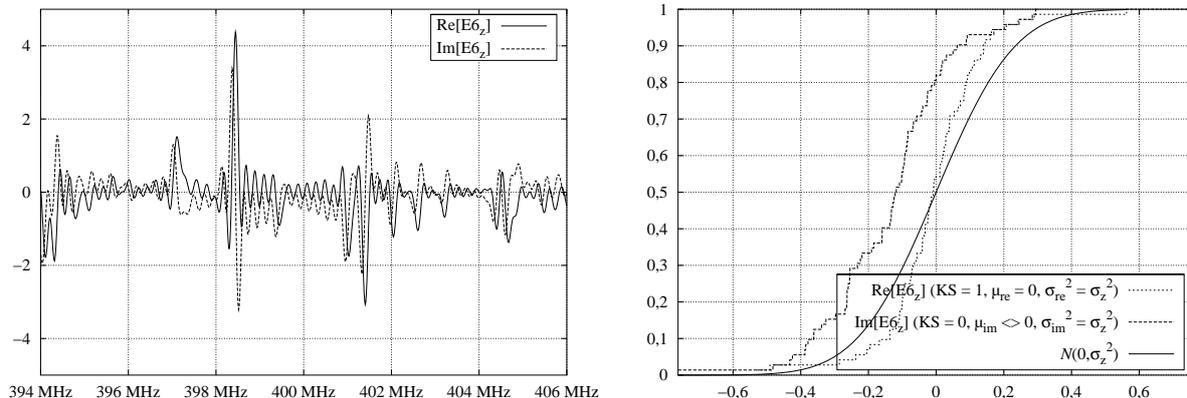
Nous effectuerons donc le test de KS sur les trois composantes du champ E_x , E_y et E_z (parties réelle et imaginaire, phase, module et module au carré), sur les neuf points du volume de travail, aux deux fréquences 400 MHz et 1 GHz. Cela représente donc 54 tests sur le champ complexe et 27 tests sur la phase, le module et le module au carré, pour chaque fréquence. Afin de synthétiser ces résultats, nous utilisons une grandeur appelée le Taux de Réussite au test de Kolmogorov-Smirnov (TRKS) qui représente le pourcentage de réussite du test de KS sur le volume de travail, c'est-à-dire sur le nombre total de tests.

Nous indiquons sur les figures suivantes :

- la réponse du test de Kolmogorov-Smirnov (KS = 0 (échec) ou KS = 1 (réussite)) ;
- les moyennes statistiques μ_{re} et μ_{im} ($\mu = 0$ ou $\mu \neq 0$ (« $\mu \langle \rangle 0$ ») en fonction de la réponse du test de Student) et l'égalité des variances σ_{re}^2 et σ_{im}^2 pour les lois normales.

Résultats sur les valeurs de champ complexe à 400 MHz

À cette fréquence, le TRKS sur l'ensemble des points du volume de travail est relativement faible, puisqu'il n'est que de 15 %. De plus, le calcul des coefficients de corrélations montre que les composantes réelle et imaginaire ne sont pas décorréelées. Le test sur l'égalité des variances est rejeté dans deux tiers des cas mais le test sur la nullité de la moyenne est rejeté dans un peu moins de 20 % des cas. Par contre, si l'on compare les lois empiriques avec des lois normales



(a) Spectre de champ complexe (position fixe du brasseur)

(b) Fonctions de répartition

FIG. 4.3 – Spectre et distribution du champ complexe à 400 MHz, pour 72 positions du brasseur (TRKS : 15 %)

$N(\mu, \sigma^2)$ quelconques, le TRKS monte à 45 %. Dans près d'un cas sur deux, les lois sont donc normales mais pas forcément centrées.

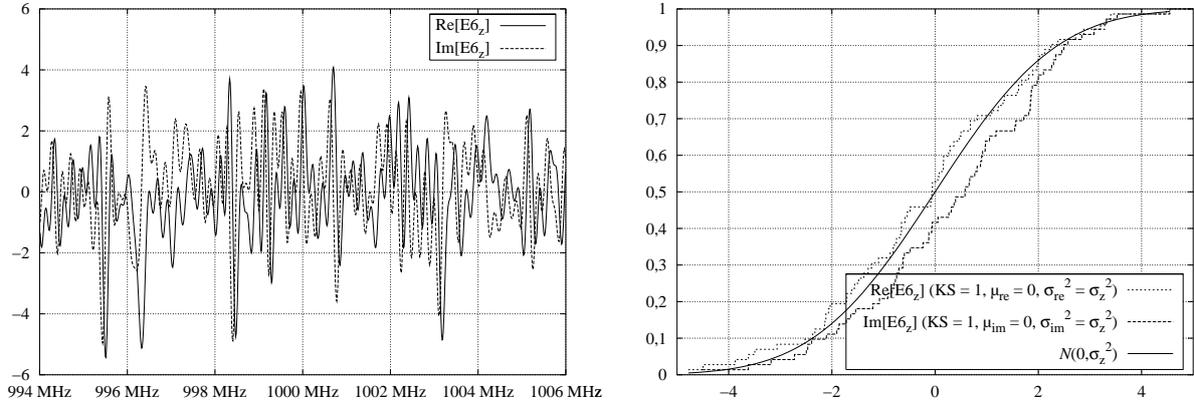
Résultats sur les valeurs de champ complexe à 1 GHz

À cette fréquence, les résultats sont bien meilleurs. Il n'y a que 3 coefficients de corrélations supérieurs à 0,2. Les composantes E_x , E_y et E_z sont donc décorréelées. Le test sur l'égalité de la variance n'est rejeté qu'une seule fois et il y a moins de 40 % des cas où le test sur la nullité de la moyenne est rejeté. Le champ semble donc mieux suivre une loi normale centrée à 1 GHz qu'à 400 MHz. Si l'on teste les composantes réelles et imaginaires du champ par rapport à une loi normale $N(\mu, \sigma^2)$ quelconque sur tout le volume de travail, le TRKS est de 100 %. Les composantes du champ suivent donc une loi normale quelconque en n'importe quel point du volume de travail. Le TRKS a donc plus que doublé par rapport à 400 MHz. Cela montre que la densité de modes est un paramètre important. Celle-ci est passée de 3-4 modes par MHz à 400 MHz à 20-25 modes par MHz à 1 GHz. Une densité de modes importante est donc une condition nécessaire mais non suffisante, puisque les lois doivent être de moyenne μ nulle et de variance σ^2 pour les deux composantes réelle et imaginaire. Le tableau 4.3 page suivante présente les valeurs de ces paramètres sur tout le volume de travail.

Analysons maintenant les résultats concernant la distribution de la phase du champ.

Résultats sur la phase du champ complexe à 400 MHz

À 400 MHz, la phase du champ suit une loi uniforme sur l'ensemble du volume de travail dans un peu moins d'un cas sur deux, ce qui est trois fois plus élevé que le TRKS sur le champ complexe (figure 4.5 page 99).



(a) Spectre de champ complexe (position fixe du brasseur)

(b) Fonctions de répartition

FIG. 4.4 – Spectre et distribution du champ complexe à 1 GHz, pour 72 positions du brasseur (TRKS : 80 %)

TAB. 4.3 – Paramètres statistiques des lois normales à 1 GHz, pour 72 positions du brasseur

	E_x	E_y	E_z
point P_1	$N(0, \sigma_{1x}^2) + iN(0, \sigma_{1x}^2)$	$N(0, \sigma_{1y}^2) + iN(0, \sigma_{1y}^2)$	$N(0, \sigma_{1z}^2) + iN(0, \sigma_{1z}^2)$
point P_2	$N(\mu_{2x}^{re}, \sigma_{2x}^2) + iN(0, \sigma_{2x}^2)$	$N(0, \sigma_{2y}^2) + iN(0, \sigma_{2y}^2)$	$N(0, \sigma_{2z}^2) + iN(\mu_{2z}^{im}, \sigma_{2z}^2)$
point P_3	$N(\mu_{3x}^{re}, \sigma_{3x}^2) + iN(0, \sigma_{3x}^2)$	$N(0, \sigma_{3y}^2) + iN(0, \sigma_{3y}^2)$	$N(\mu_{3z}^{re}, \sigma_{3z}^2) + iN(0, \sigma_{3z}^2)$
point P_4	$N(0, \sigma_{4x}^2) + iN(0, \sigma_{4x}^2)$	$N(0, \sigma_{4y}^2) + iN(0, \sigma_{4y}^2)$	$N(0, \sigma_{4z}^2) + iN(\mu_{4z}^{im}, \sigma_{4z}^2)$
point P_5	$N(\mu_{5x}^{re}, \sigma_{5x}^2) + iN(0, \sigma_{5x}^2)$	$N(0, \sigma_{5y}^2) + iN(\mu_{5y}^{im}, \sigma_{5y}^2)$	$N(0, \sigma_{5z}^2) + iN(\mu_{5z}^{im}, \sigma_{5z}^2)$
point P_6	$N(\mu_{6x}^{re}, \sigma_{6x}^2) + iN(0, \sigma_{6x}^2)$	$N(0, \sigma_{6y}^{re}) + iN(0, \sigma_{6y}^{im})$	$N(0, \sigma_{6z}^2) + iN(0, \sigma_{6z}^2)$
point P_7	$N(0, \sigma_{7x}^2) + iN(0, \sigma_{7x}^2)$	$N(0, \sigma_{7y}^2) + iN(0, \sigma_{7y}^2)$	$N(0, \sigma_{7z}^2) + iN(0, \sigma_{7z}^2)$
point P_8	$N(0, \sigma_{8x}^2) + iN(0, \sigma_{8x}^2)$	$N(0, \sigma_{8y}^2) + iN(0, \sigma_{8y}^2)$	$N(0, \sigma_{8z}^2) + iN(0, \sigma_{8z}^2)$
point P_9	$N(0, \sigma_{9x}^2) + iN(0, \sigma_{9x}^2)$	$N(0, \sigma_{9y}^2) + iN(0, \sigma_{9y}^2)$	$N(0, \sigma_{9z}^2) + iN(\mu_{9z}^{im}, \sigma_{9z}^2)$

TRKS : 80 %

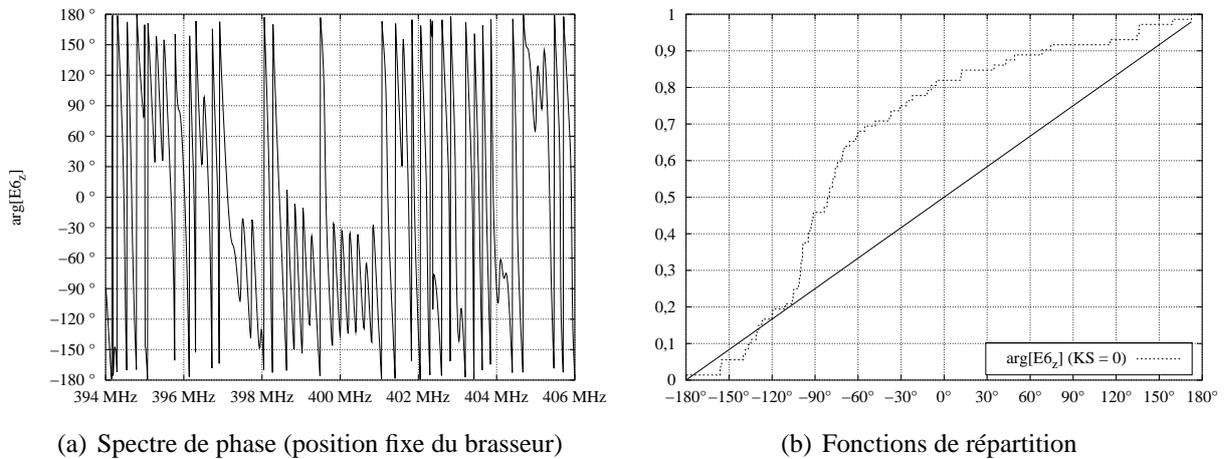


FIG. 4.5 – Spectre et distribution de la phase du champ à 400 MHz, pour 72 positions du brasseur (TRKS : 40 %)

Résultats sur la phase du champ complexe à 1 GHz

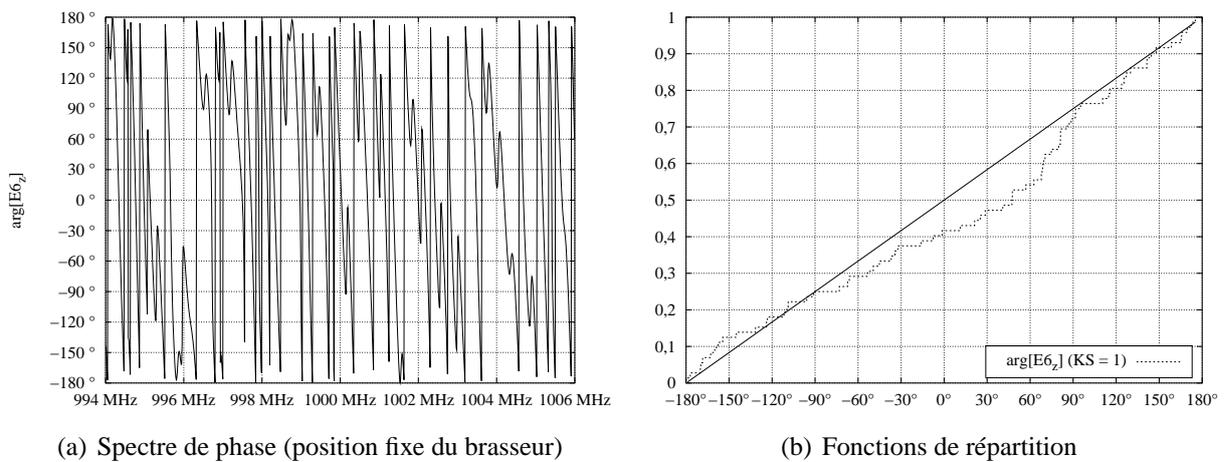


FIG. 4.6 – Spectre et distribution de la phase du champ à 1 GHz, pour 72 positions du brasseur (TRKS : 85 %)

À cette fréquence, les résultats sont encore meilleurs, puisque nous avons 85 % de réussite au test de KS, ce qui est légèrement supérieur au taux de réussite sur les valeurs de champ complexe à la même fréquence (figure 4.6).

Résultats sur les valeurs du module du champ complexe à 400 MHz

Nous avons vu que la partie réelle et la partie imaginaire ne suivent une loi normale centrée à 400 MHz que dans une faible proportion (TRKS égal à 15 %). Il est donc probable que le taux

de réussite au test de KS appliqué au module le soit aussi, voire plus faible. En effet, le TRKS est de 10 % sur le volume de travail (figure 4.7).

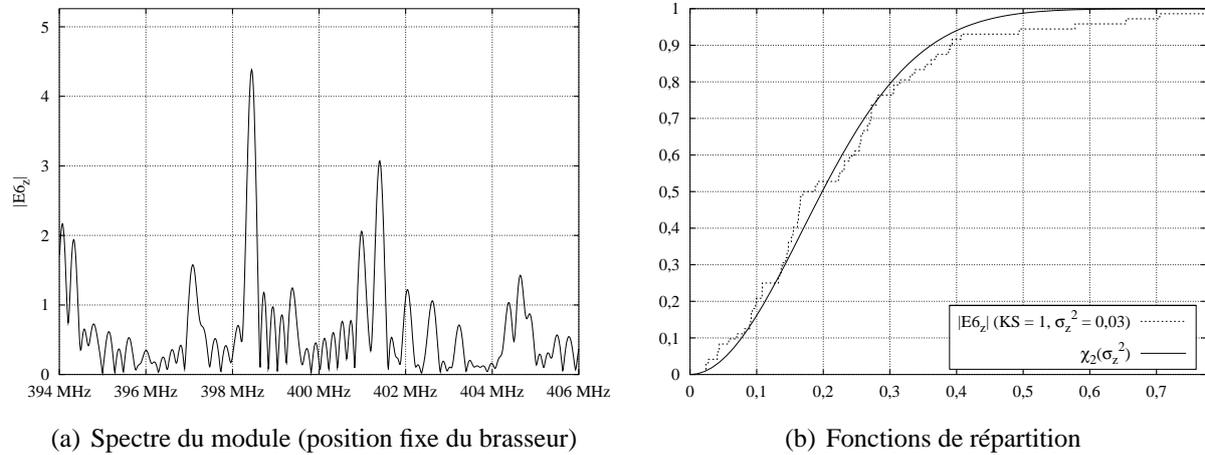


FIG. 4.7 – Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz, pour 72 positions du brasseur (TRKS : 10 %)

Résultats sur les valeurs du module du champ complexe à 1 GHz

Le taux de réussite au test de KS sur le champ complexe était de 80 %. Sur le module, il est aussi de 80 %.

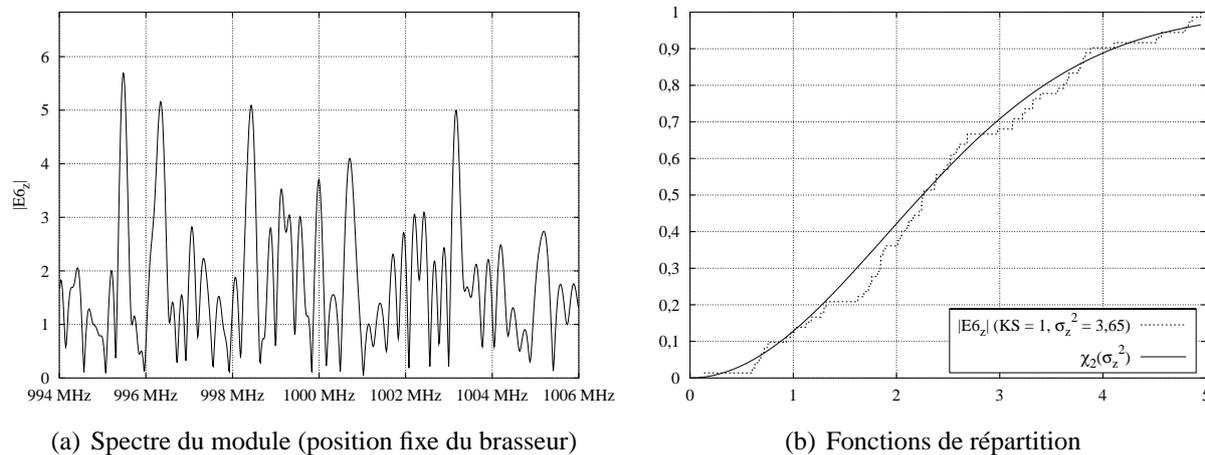


FIG. 4.8 – Spectre et distribution du module du champ à 1 GHz, pour 72 positions du brasseur (TRKS : 80 %)

On a représenté dans le tableau 4.4 page suivante la valeur de σ^2 répartie sur le volume de travail dans le cas où la réponse du test de KS est positive.

TAB. 4.4 – Réussite au test de KS sur le volume de travail sur le module du champ à 1 GHz, pour 72 positions du brasseur

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
point P_1	$\sigma_{1x}^2 = 1,94$	$\sigma_{1y}^2 = 1,64$	$\sigma_{1z}^2 = 3,01$
point P_2	$\sigma_{2x}^2 = 2,25$	$\sigma_{2y}^2 = 1,84$	$\sigma_{2z}^2 = 2,44$
point P_3	$\sigma_{3x}^2 = 2,79$	$\sigma_{3y}^2 = 1,81$	$\sigma_{3z}^2 = 2,43$
point P_4	$\sigma_{4x}^2 = 2,57$	KS = 0	$\sigma_{4z}^2 = 2,56$
point P_5	KS = 0	KS = 0	$\sigma_{5z}^2 = 4,30$
point P_6	$\sigma_{6x}^2 = 2,43$	$\sigma_{6y}^2 = 1,65$	$\sigma_{6z}^2 = 3,65$
point P_7	$\sigma_{7x}^2 = 2,17$	$\sigma_{7y}^2 = 1,32$	$\sigma_{7z}^2 = 2,33$
point P_8	$\sigma_{8x}^2 = 2,09$	$\sigma_{8y}^2 = 1,22$	$\sigma_{8z}^2 = 2,85$
point P_9	KS = 0	$\sigma_{9y}^2 = 2,02$	KS = 0

TRKS : 80 %

La distribution des valeurs de champ étant caractérisée par un seul paramètre, deux distributions dont les valeurs de σ^2 sont proches pourront être considérées comme équivalentes. Les valeurs présentées dans le tableau 4.4 permettent donc d'évaluer l'isotropie et l'homogénéité du champ. Cependant, on remarque que ces valeurs peuvent passer du simple au double pour un même point d'observation et que d'un point à un autre, l'écart peut être encore plus important. Le champ, sur l'ensemble du volume de travail ne semble donc pas être isotrope ni homogène.

En outre, si l'on compare les résultats présentés dans les deux tableaux 4.3 et 4.4, on constate qu'une loi normale centrée sur le champ complexe équivaut à une loi de Rayleigh sur son module dans un cas sur deux. Statistiquement, les réponses aux deux tests devraient être les mêmes. Cependant, l'analyse au cas par cas peut très bien donner des réponses différentes. Un plus grand nombre d'échantillons aurait certainement donné une meilleure correspondance entre les réponses des deux tests.

Présentons enfin les résultats concernant la distribution du module des valeurs de champ au carré.

Résultats sur les valeurs du module du champ complexe au carré à 400 MHz et à 1 GHz

Le test de KS sur la loi du χ^2 donnant les mêmes résultats que sur la loi de Rayleigh, le TRKS est bien égal dans les deux cas (figures 4.9 et 4.10 page suivante).

Notons que l'on trouve généralement dans la littérature traitant des mesures en chambre réverbérante des tests relatifs à la loi du χ^2 . La raison est que la plupart du temps, ce sont des

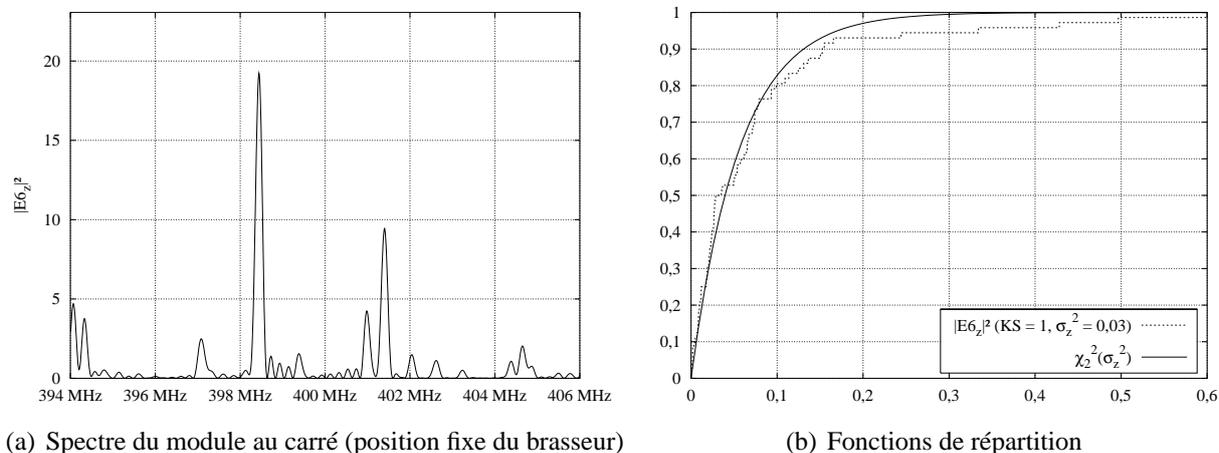


FIG. 4.9 – Spectre et distribution du module du champ au carré à 400 MHz, pour 72 positions du brasseur (TRKS : 10 %)

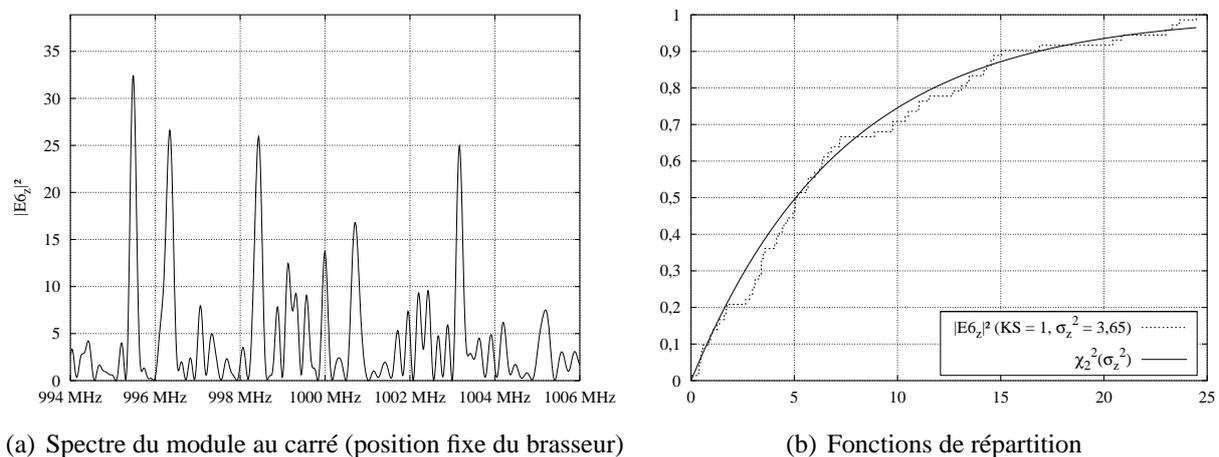


FIG. 4.10 – Spectre et distribution du module du champ au carré à 1 GHz, pour 72 positions du brasseur (TRKS : 80 %)

mesures de puissance qui sont effectuées, mesures qui sont donc proportionnelles au module du champ au carré.

Enfin, nous avons pu constater que l'écart-type des valeurs de champ sur le volume de travail étant inférieur à 3 dB, les tests fournis par la norme IEC-61000-4-21 semblent montrer que le champ est homogène à 400 MHz. Or les autres critères, comme le rapport des puissances ou la distribution des valeurs de champ, donnent une réponse différente. Nous reviendrons sur ce point ultérieurement.

Nous allons maintenant analyser l'influence des différents paramètres entrant en jeu dans les simulations sur ces résultats statistiques. Dans chacun des cas, nous présenterons les résultats relatifs aux différents critères présentés plus haut : rapports des puissances sur la bande 10 MHz-1 GHz, écarts-types des valeurs de champ et comparaisons des lois de probabilité empiriques et théoriques.

4.3 Problèmes liés à la modélisation de la chambre

4.3.1 Nombre d'orientations prises par le brasseur

Comme nous l'avons déjà mentionné, le nombre de positions prises par le brasseur est un paramètre important. En effet, un faible nombre d'orientations peut fausser les résultats statistiques, étant donné que l'on ne tiendra pas compte de toutes les configurations du champ. On utilise habituellement un nombre assez important de positions de brasseur, entre 400 et 500, pour les mesures en chambre réverbérante [26]. Cependant, on a intérêt à optimiser ce nombre de positions, pour que la simulation et le traitement des données de la rotation complète du brasseur ne soient pas trop coûteux en temps de calculs.

Nous avons aussi vu (section 4.1) que le nombre maximal de positions pouvant être prises par le brasseur était de 240, ceci étant lié à la définition du maillage. Cela signifie que l'on pourrait prendre, outre ces 240 configurations possibles, des orientations du brasseur tous les 2° (180 positions), tous les 3° (120 positions), etc.

Pour déterminer le nombre d'orientations optimum, nous évaluons, pour chacune de ses positions, l'efficacité du brasseur à l'aide d'un coefficient de corrélation calculé à partir de la valeur du module du champ \vec{E} au carré en un point donné du volume de travail par rapport à une position du brasseur à 20° . On considère alors que le nombre d'orientations nécessaire est obtenu lorsque le coefficient de corrélation est inférieur à $e^{-1} \approx 0,37$ [37]. Dans ce cas, ce nombre équivaut au nombre total de positions du brasseur divisé par le nombre d'orientations N_p prises par le brasseur pour atteindre ce coefficient. Cependant, la détermination de N_p en un point n'est pas suffisante, celui-ci pouvant varier de façon significative d'un point à l'autre du volume de travail, en fonction de l'homogénéité du champ. Pour évaluer ce nombre, nous procédons de la manière suivante :

- nous calculons le nombre N_p pour chacun des neuf points, en partant des 240 valeurs que nous avons à notre disposition ; si la quasi-totalité des N_p sont égaux à 1 (on accepte que deux ou trois valeurs soient au plus égales à 2), on considère que les valeurs de champ

prises sur le volume de travail pour ces 240 positions de brasseur sont décorréliées et la procédure s'arrête ici ;

- dans le cas contraire, on passe à 180 valeurs (tous les 2°), puis à 120 (tous les 3°), puis à 90 (tous les 4°), etc, jusqu'à ce que les N_p soient égaux à 1 ou que le nombre de positions du brasseur soit égal à 36 (tous les 10°), nombre minimal que nous avons imposé en considérant que les réponses du test de KS n'ont plus de signification sur des échantillons aussi faibles.

Intéressons-nous d'abord au cas où le brasseur ne prend que les 72 positions initiales, pour les deux fréquences 400 MHz (figure 4.11) et 1 GHz (figure 4.12 page suivante).

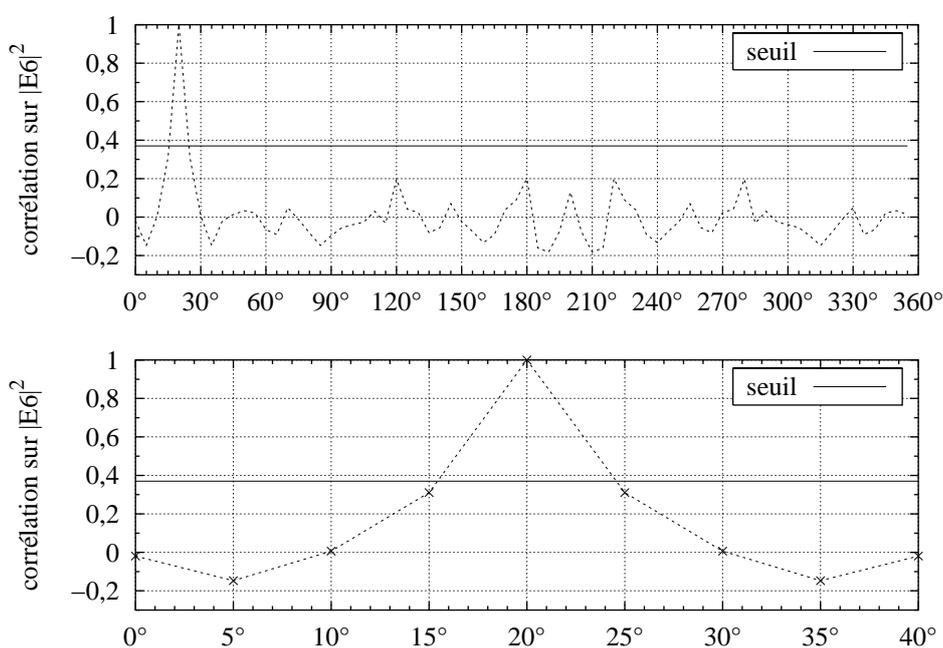


FIG. 4.11 – Coefficient de corrélation à 400 MHz, pour 72 positions du brasseur

On constate qu'un seul pas de rotation du brasseur suffit pour obtenir un coefficient de corrélation inférieur à 0,37, aussi bien à 400 MHz qu'à 1 GHz. Les mesures sur les autres points du volume de travail donnent le même résultat. Les 72 valeurs prises sur une rotation complète du brasseur étant décorréliées, les résultats statistiques précédents sont légitimes. On remarque aussi que ce coefficient est quasiment nul à 1 GHz et proche de 0,3 à 400 MHz : les valeurs de champ pour deux positions proches du brasseur sont donc plus décorréliées en hautes fréquences. Il faut alors déterminer si ces valeurs sont toujours décorréliées pour des angles inférieurs à 5°. Si ce n'est pas le cas, on pourra se contenter de ces 72 positions pour les études statistiques. Dans le cas contraire, il faudra prendre en compte un plus grand nombre de positions. Les figures 4.13 et 4.14 pages 105-106 illustrent les résultats pour 240 positions, à 400 MHz et à 1 GHz.

Ces figures montrent qu'à 400 MHz, les valeurs de champ au point P_6 sont corrélées pour un pas de brasseur. Les autres points du volume de travail donnent le même résultat. D'après la

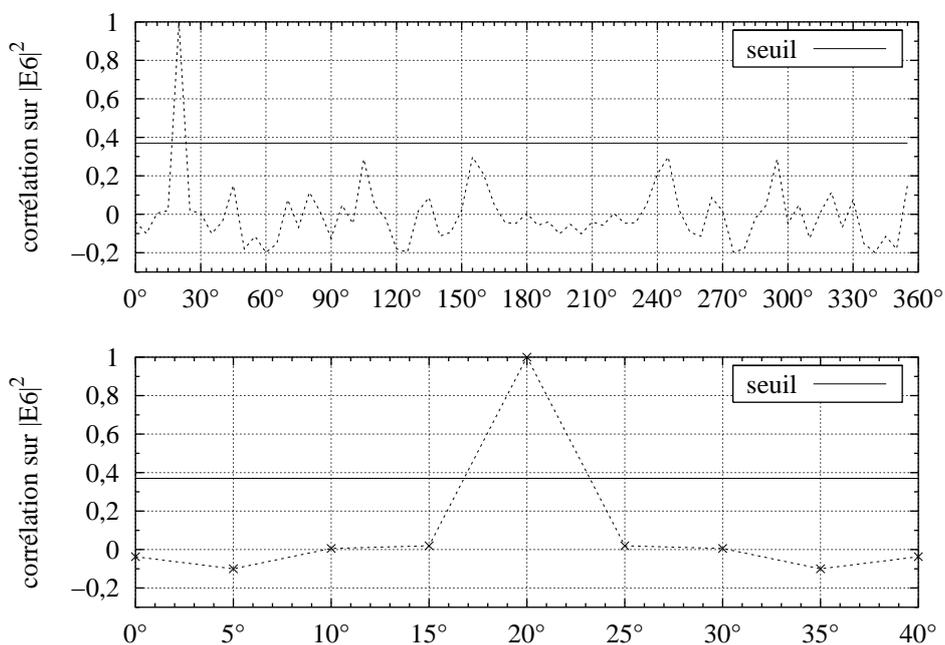


FIG. 4.12 – Coefficient de corrélation à 1 GHz, pour 72 positions du brasseur

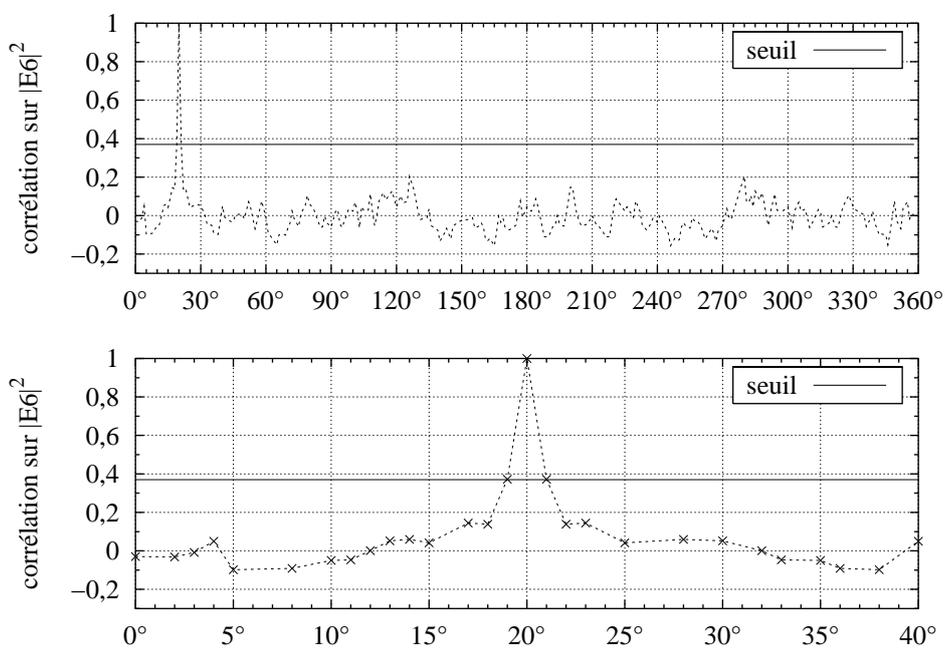


FIG. 4.13 – Coefficient de corrélation à 400 MHz, pour 240 positions du brasseur

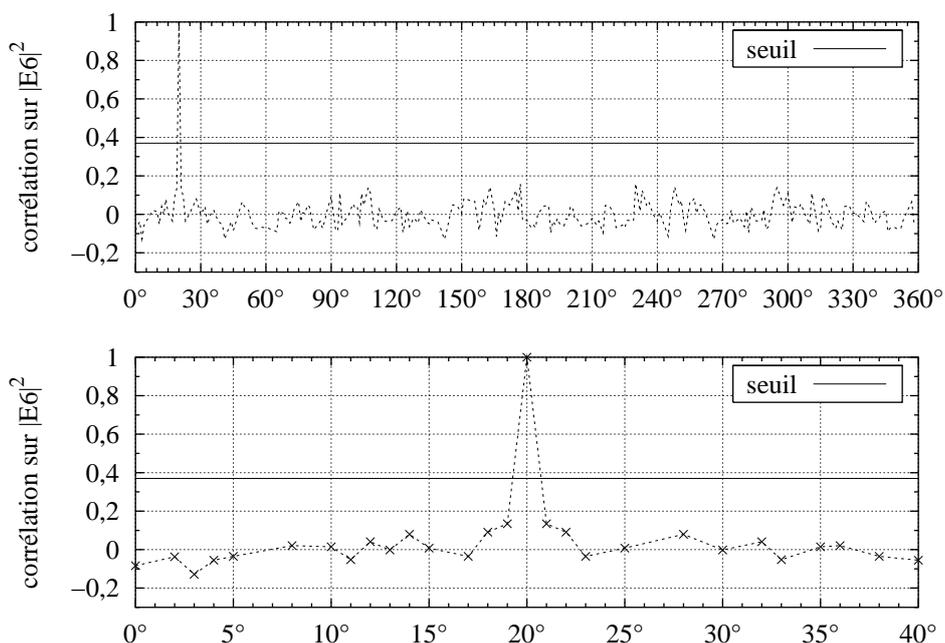


FIG. 4.14 – Coefficient de corrélation à 1 GHz, pour 240 positions du brasseur

norme IEC-61000-4-21, il n'est donc pas utile de prendre 240 positions à 400 MHz, 120 suffisent. Nous prendrons donc 120 valeurs pour les tests statistiques à cette fréquence.

À 1 GHz, il suffit d'un pas de brasseur pour que les valeurs de champs soient décorréliées. Nous garderons donc ce nombre de 240 positions du brasseur pour les statistiques à cette fréquence.

Reprenons alors les différents critères statistiques que nous avons vu précédemment, en considérant le nombre approprié d'orientations du brasseur à 400 MHz et à 1 GHz.

Critère sur la puissance pour 240 positions du brasseur

Pour ce critère, nous évaluons les puissances sur les 240 positions du brasseur, sur toute la bande de fréquences de 10 MHz à 1 GHz.

Si l'on compare la figure 4.15 page suivante avec la figure 4.2 page 92, on remarque que dans le cas des simulations faites sur 240 positions, le rapport des puissances est légèrement supérieur au rapport calculé sur 72 positions. Dans la zone de fonctionnement optimal, il est supérieur à 10 dB jusqu'à 800 MHz et stagne autour de 10 dB au-delà pour 240 positions, alors que sur 72 positions, le rapport est inférieur à 10 dB à partir de 700 MHz. En prenant plus de positions, on a en effet plus de chance de récupérer une valeur maximale ou une valeur minimale. La moyenne reste donc constante.

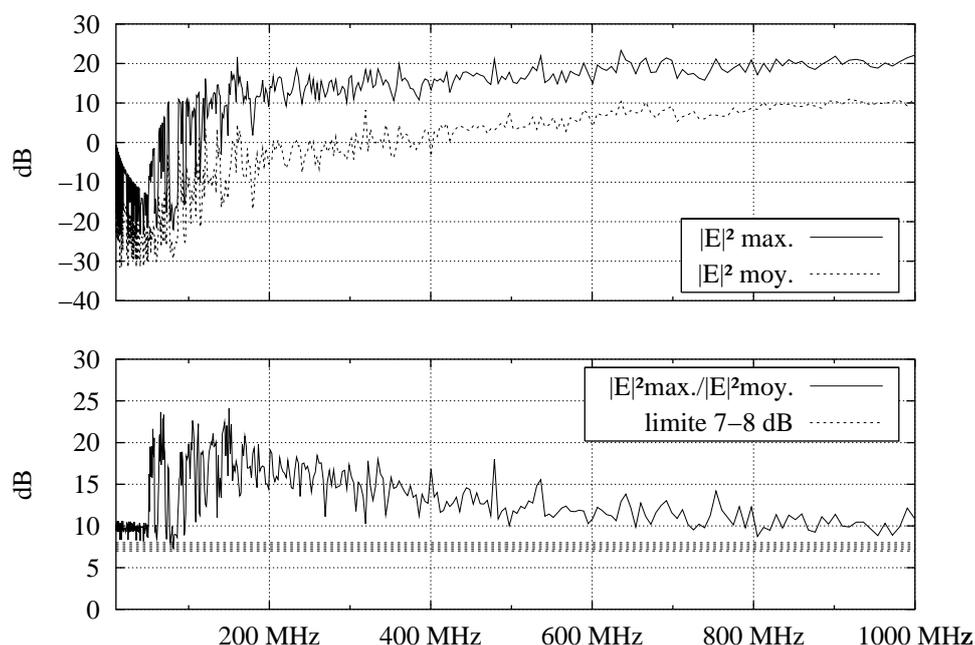


FIG. 4.15 – Rapport de puissances, sur le volume de travail pour 240 positions du brasseur

Critère sur les écarts-types des valeurs de champ, pour un plus grand nombre d'échantillons

Nous évaluons donc les écarts-types des valeurs de champ relevées à 400 MHz sur 120 positions de brasseur et sur 240 à 1 GHz.

TAB. 4.5 – Propriétés statistiques du champ à 400 MHz, pour 120 positions du brasseur

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
valeurs moyennes ($\langle E_i^{\text{max}} \rangle$)	1,23	1,66	1,46
écarts-types (σ_i)	0,11	0,37	0,45
écarts-types ($\sigma_i(\text{dB})$)	0,72	1,77	2,34

valeur moyenne sur toutes les composantes ($\langle E_{x,y,z}^{\text{max}} \rangle$) : 1,45

écart-type sur toutes les composantes ($\sigma_{x,y,z}$) : 0,37

écart-type global en dB : $\sigma_{(\text{dB})} = 1,99$

Comparons les tableaux 4.5 et 4.6 pages 107-108 à ceux obtenus à partir des simulations sur 72 positions à 400 MHz et à 1 GHz (tableaux 4.1 et 4.2 pages 93-94). Le passage de 72 à 120 positions n'est pas très significatif à 400 MHz. Les valeurs moyennes et les écarts-types sont très proches. Il n'en est pas de même lorsque l'on considère les résultats à 1 GHz. Dans ce cas, on constate que les valeurs moyennes et les écarts-types augmentent sensiblement lorsque l'on prend plus de valeurs. Ceci est dû à la densité de modes. Relativement faible à 400 MHz, les raies de résonance que l'on « manque », en ne prenant que 72 positions, ont peu d'influence sur

TAB. 4.6 – Propriétés statistiques du champ à 1 GHz, pour 240 positions du brasseur

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
valeurs moyennes ($\langle E_i^{\max} \rangle$)	7,41	5,63	7,71
écarts-types (σ_i)	1,36	0,85	2,52
écarts-types ($\sigma_i(\text{dB})$)	1,46	1,22	2,45

valeur moyenne sur toutes les composantes ($\langle E_{x,y,z}^{\max} \rangle$) : 6,92

écart-type sur toutes les composantes ($\sigma_{x,y,z}$) : 1,89

écart-type global en dB : $\sigma_{(\text{dB})} = 2,1$

la valeur maximale des amplitudes. Par contre, à 1 GHz, la densité de modes est importante et le champ est suffisamment perturbé pour qu'il passe par une multitude d'états possibles lorsque le brasseur effectue une rotation de 5° , états que l'on ne prend alors pas en compte : d'où les valeurs plus élevées du tableau 4.6. Mais elles sont cependant toujours comprises dans les intervalles recommandés par la norme.

Pour visualiser l'importance du nombre d'orientations prises par le brasseur, c'est-à-dire le nombre de configurations possibles du champ, on a tracé l'enveloppe du spectre sur une faible bande de fréquences autour de 400 MHz et de 1 GHz (figures 4.16 et 4.17 pages 108-109). Celle-ci représente la valeur maximale atteinte sur un tour de brasseur pour 240 positions.

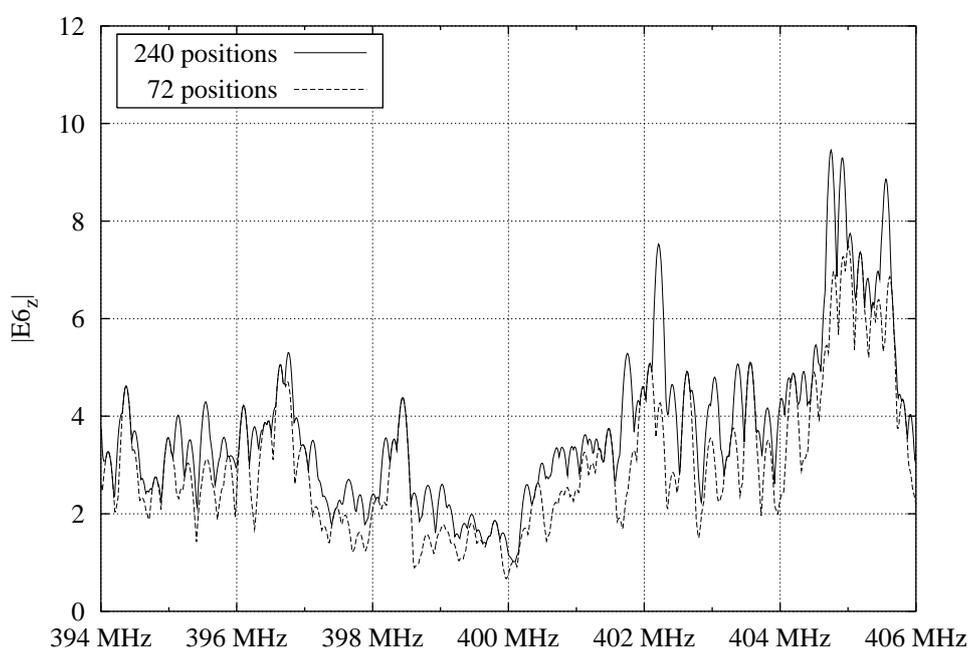


FIG. 4.16 – Enveloppe du champ à 400 MHz, sur un tour de brasseur

Ces figures montrent bien l'influence de ce paramètre. À 400 MHz, la courbe sur les 72 valeurs représente un sous-échantillonnage relativement correct de celle sur 240 positions. Par

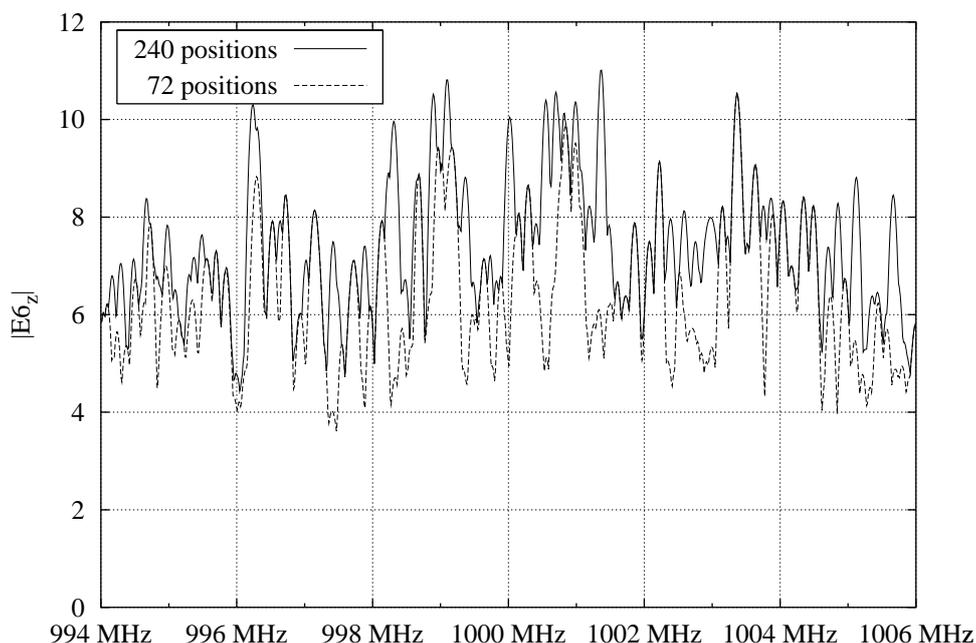


FIG. 4.17 – Enveloppe du champ à 1 GHz, sur un tour de brasseur

contre, à 1 GHz, ce n'est plus le cas, les variations entre deux positions du brasseur à 5° étant assez importantes. De plus, ces figures montrent que la probabilité d'obtenir une valeur maximale du champ supérieure à 1 sur la bande à 400 MHz est très grande. De même, on est quasiment assuré que la valeur maximale du champ sur la bande à 1 GHz est supérieure à 4.

Critères sur la distribution des valeurs de champ, pour un plus grand nombre d'échantillons

Comme dans la section 4.2.3, nous présentons ici les résultats concernant la distribution des valeurs complexes, de la phase, du module et du module au carré du champ \vec{E} , à 400 MHz et à 1 GHz.

Comme dans le cas des statistiques sur 72 positions du brasseur, le tableau 4.7 page 111 présente les caractéristiques des lois normales des composantes de champs relevées à 1 GHz sur le volume de travail. Notons que dans ce cas, chacune des composantes rectangulaires du champ en un point donné est faiblement corrélées avec les deux autres, il n'y a qu'un seul cas où le coefficient de corrélation dépasse la valeur 0,2. De plus, le nombre d'échantillons étant plus important, il n'y a que deux cas pour lesquels l'égalité des variances des composantes réelle et imaginaire n'est pas vérifiée. Par contre, le test sur la nullité de la moyenne est rejeté dans 45 % des cas. Enfin, nous avons vu dans le cas précédent, sur 72 positions, que le TRKS par rapport à une loi normale $N(\mu, \sigma^2)$ quelconque était de 45 % à 400 MHz et de 100 % à 1 GHz. Sur 120 valeurs, il descend à 25 % à 400 MHz, et à 1 GHz sur 240 valeurs, il descend à 95 %.

Présentons maintenant les résultats concernant la distribution de la phase du champ.

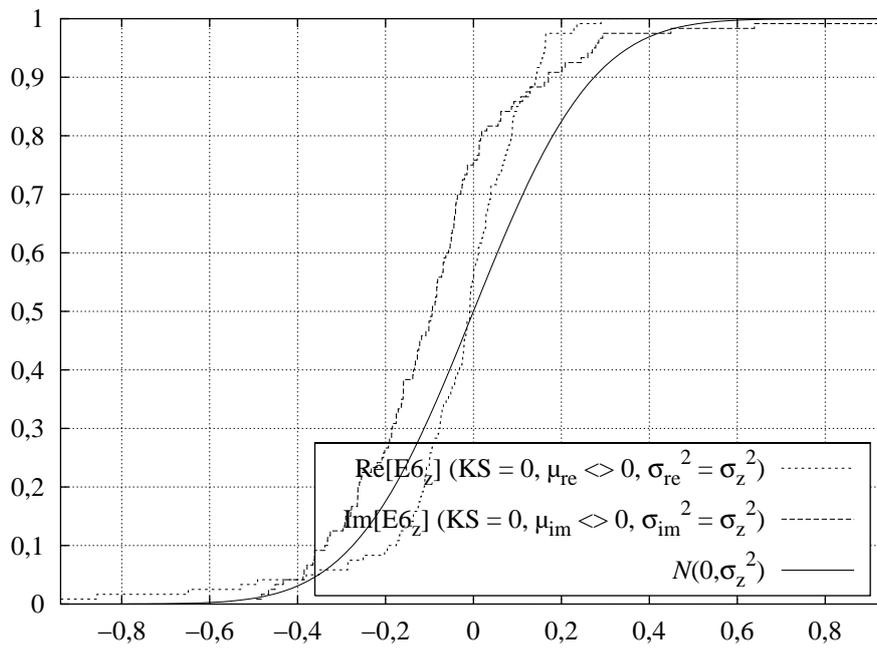


FIG. 4.18 – Fonctions de répartition du champ complexe à 400 MHz, pour 120 positions du brasseur (TRKS : 5 %)

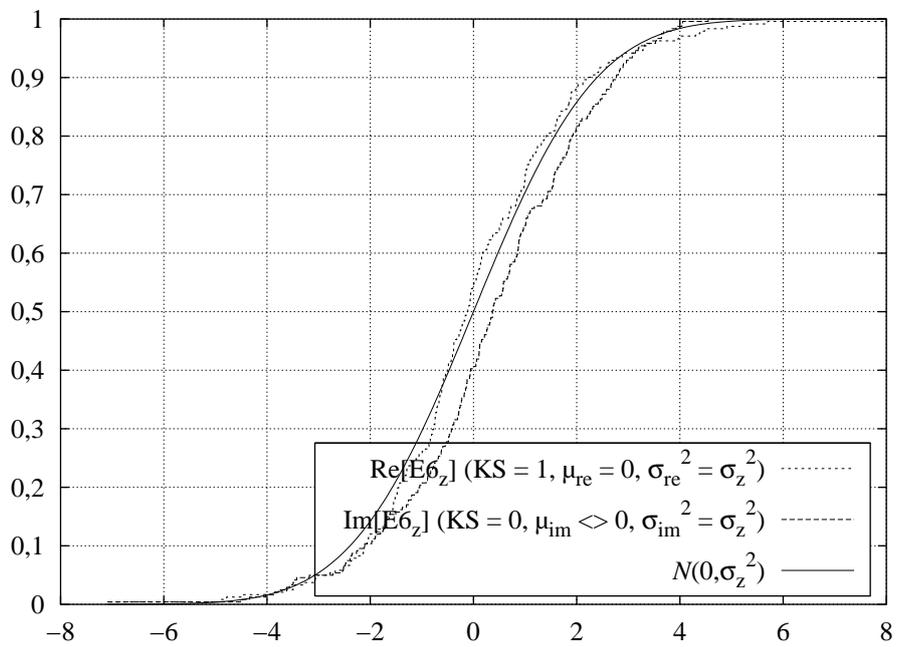


FIG. 4.19 – Fonctions de répartition du champ complexe à 1 GHz, pour 240 positions du brasseur (TRKS : 50 %)

TAB. 4.7 – Paramètres statistiques des lois normales à 1 GHz, pour 240 positions du brasseur

	E_x	E_y	E_z
point P_1	$N(0, \sigma_{1x}^2) + iN(0, \sigma_{1x}^2)$	$N(0, \sigma_{1y}^2) + iN(0, \sigma_{1y}^2)$	$N(0, \sigma_{1z}^2) + iN(\mu_{1z}^{im}, \sigma_{1z}^2)$
point P_2	$N(\mu_{2x}^{re}, \sigma_{2x}^2) + iN(\mu_{2x}^{im}, \sigma_{2x}^2)$	$N(\mu_{2y}^{re}, \sigma_{2y}^2) + iN(\mu_{2y}^{im}, \sigma_{2y}^2)$	$N(\mu_{2z}^{re}, \sigma_{2z}^2) + iN(\mu_{2z}^{im}, \sigma_{2z}^2)$
point P_3	$N(\mu_{3x}^{re}, \sigma_{3x}^{re2}) + iN(\mu_{3x}^{im}, \sigma_{3x}^{im2})$	$N(0, \sigma_{3y}^2) + iN(0, \sigma_{3y}^2)$	$N(\mu_{3z}^{re}, \sigma_{3z}^2) + iN(\mu_{3z}^{im}, \sigma_{3z}^2)$
point P_4	$N(\mu_{4x}^{re}, \sigma_{4x}^2) + iN(0, \sigma_{4x}^2)$	$N(0, \sigma_{4y}^{re2}) + iN(0, \sigma_{4y}^{im2})$	$N(0, \sigma_{4z}^2) + iN(\mu_{4z}^{im}, \sigma_{4z}^2)$
point P_5	$N(\mu_{5x}^{re}, \sigma_{5x}^2) + iN(0, \sigma_{5x}^2)$	$N(0, \sigma_{5y}^2) + iN(0, \sigma_{5y}^2)$	$N(0, \sigma_{5z}^2) + iN(\mu_{5z}^{im}, \sigma_{5z}^2)$
point P_6	$N(\mu_{6x}^{re}, \sigma_{6x}^2) + iN(0, \sigma_{6x}^2)$	$N(0, \sigma_{6y}^2) + iN(0, \sigma_{6y}^2)$	$N(0, \sigma_{6z}^2) + iN(\mu_{6z}^{im}, \sigma_{6z}^2)$
point P_7	$N(\mu_{7x}^{re}, \sigma_{7x}^2) + iN(0, \sigma_{7x}^2)$	$N(0, \sigma_{7y}^2) + iN(0, \sigma_{7y}^2)$	$N(\mu_{7z}^{re}, \sigma_{7z}^2) + iN(\mu_{7z}^{im}, \sigma_{7z}^2)$
point P_8	$N(0, \sigma_{8x}^2) + iN(\mu_{8x}^{im}, \sigma_{8x}^2)$	$N(0, \sigma_{8y}^2) + iN(0, \sigma_{8y}^2)$	$N(0, \sigma_{8z}^2) + iN(0, \sigma_{8z}^2)$
point P_9	$N(\mu_{9x}^{re}, \sigma_{9x}^2) + iN(\mu_{9x}^{im}, \sigma_{9x}^2)$	$N(0, \sigma_{9y}^2) + iN(0, \sigma_{9y}^2)$	$N(0, \sigma_{9z}^2) + iN(\mu_{9z}^{im}, \sigma_{9z}^2)$

TRKS : 50 %

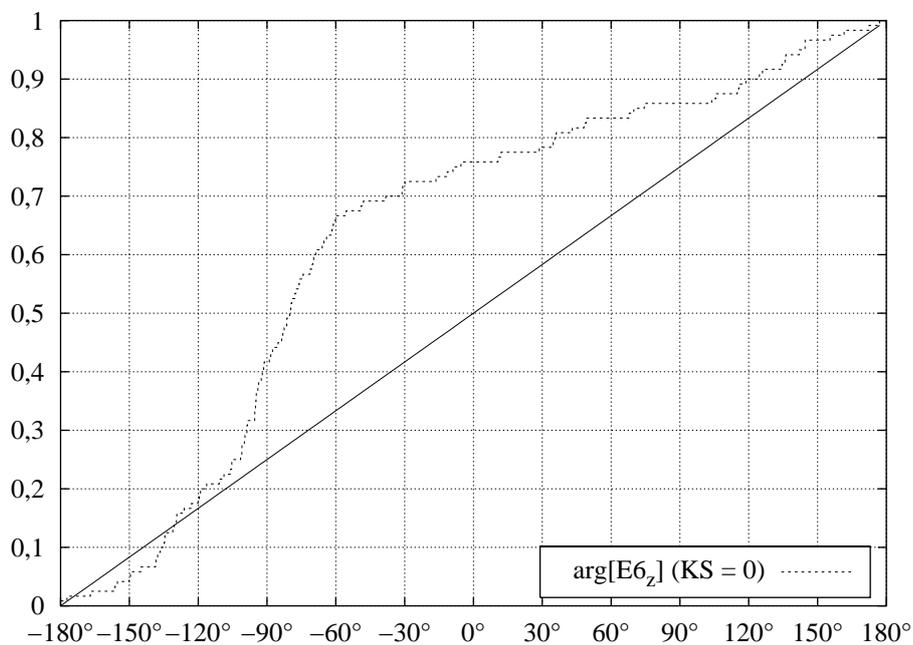


FIG. 4.20 – Fonctions de répartition de la phase du champ à 400 MHz, pour 120 positions du brasseur (TRKS : 40 %)

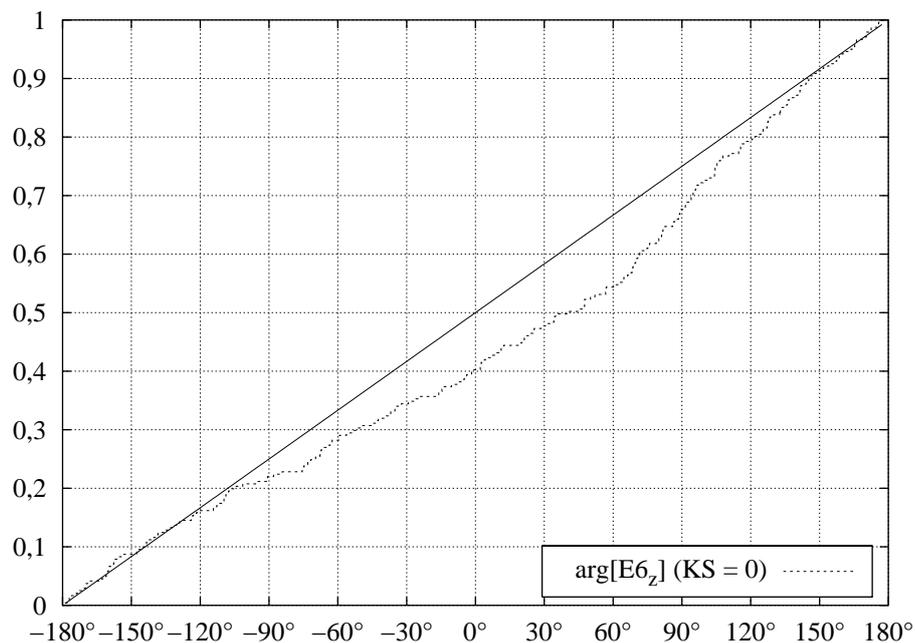


FIG. 4.21 – Fonctions de répartition de la phase du champ à 1 GHz, pour 240 positions du brasseur (TRKS : 50 %)

À 400 MHz, le TRKS n'a pratiquement pas varié par rapport au cas où l'on a considéré 72 valeurs, puisqu'il passe de 45 à 40 %. Par contre, à 1 GHz, il a presque diminué de moitié.

En ce qui concerne les résultats sur le module, le fait de passer de 72 à 120 valeurs a nettement détérioré le TRKS à 400 MHz, puisqu'il est nul. À 1 GHz, le TRKS a diminué de moitié.

Il est assez difficile dans ce cas d'estimer l'isotropie ou l'homogénéité du champ à partir des valeurs des paramètres σ^2 des lois de Rayleigh (tableau 4.8 page 114).

On a vu que le TRKS sur le module du champ au carré était le même que celui sur le module. Cela ne change rien dans le cas présent pour 120 et 240 valeurs et nous les présentons à titre indicatif.

On constate donc, d'après les résultats précédents, que de manière générale, le taux de réussite au test de KS pour 120 ou 240 positions de brasseur est plus faible que lorsque on effectue ce test sur 72 positions (§ 4.2.3 page 93). Cela tient à la nature même du test de KS. On montre [30] que la variance du paramètre σ^2 des lois étudiées varie en $1/n$ où n représente le nombre de valeurs de l'échantillon. Ainsi, le fait de prendre un grand nombre de valeurs (on considérera ici que 240 représente un grand nombre et 72, un faible) va diminuer de manière significative cette variance. On devrait donc obtenir de meilleurs résultats, c'est-à-dire un TRKS plus élevé, sur 240 valeurs que sur 72. Mais le test de KS suppose que la loi testée tend vers la loi théorique quand n augmente. Or tout résultat empirique est entaché d'un « bruit de fond », qui peut être dû, dans notre cas, aux erreurs numériques de la méthode utilisée. Or ce bruit ne diminue pas avec n . Il en découle que le test de KS acceptera facilement une loi empirique avec de grandes fluctuations pour n faible et qu'il sera plus sévère pour n grand.

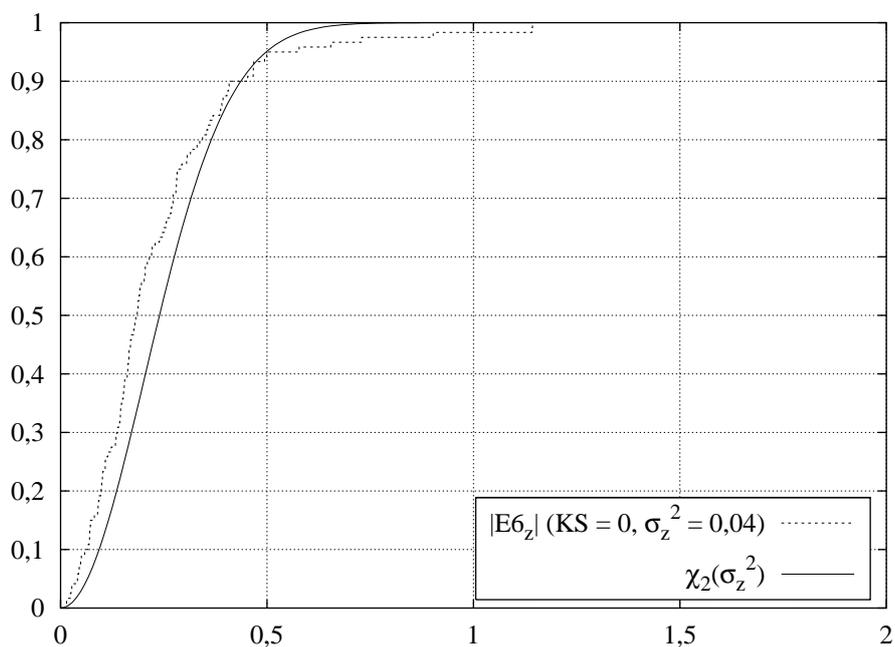


FIG. 4.22 – Fonctions de répartition du module du champ à 400 MHz, pour 120 positions du brasseur (TRKS : 0 %)

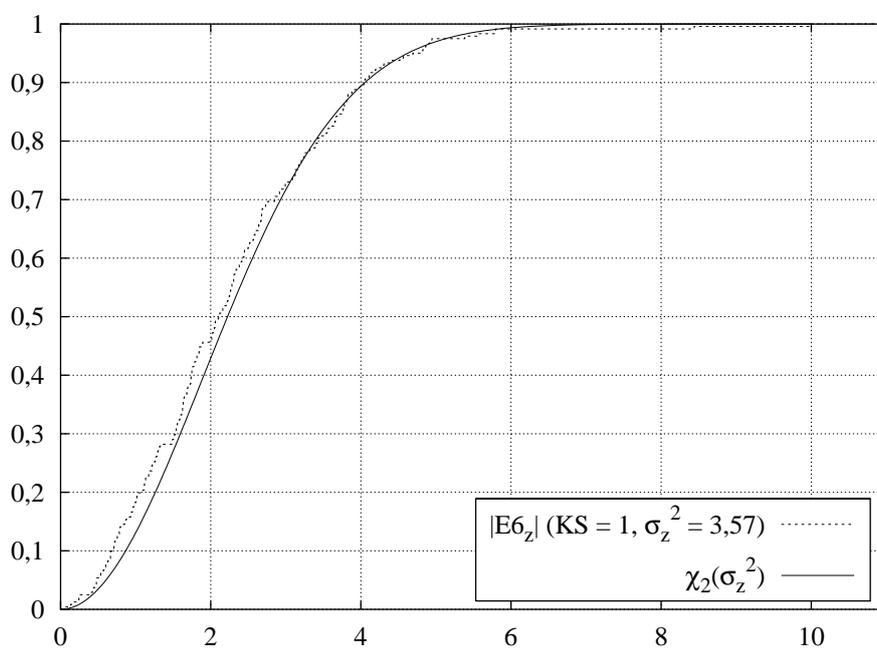


FIG. 4.23 – Fonctions de répartition du module du champ à 1 GHz, pour 240 positions du brasseur (TRKS : 40 %)

TAB. 4.8 – Réussite au test de KS sur le volume de travail sur le module du champ à 1 GHz, pour 240 positions du brasseur

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
point P_1	$\sigma_{1x}^2 = 2,13$	KS = 0	$\sigma_{1z}^2 = 2,56$
point P_2	$\sigma_{2x}^2 = 2,39$	$\sigma_{2y}^2 = 1,59$	$\sigma_{2z}^2 = 2,29$
point P_3	KS = 0	KS = 0	$\sigma_{3z}^2 = 2,19$
point P_4	KS = 0	KS = 0	$\sigma_{4z}^2 = 2,51$
point P_5	KS = 0	KS = 0	KS = 0
point P_6	KS = 0	KS = 0	$\sigma_{6z}^2 = 3,57$
point P_7	KS = 0	KS = 0	$\sigma_{7z}^2 = 2,59$
point P_8	KS = 0	$\sigma_{8y}^2 = 1,21$	KS = 0
point P_9	KS = 0	$\sigma_{9y}^2 = 2,06$	KS = 0

TRKS : 40 %

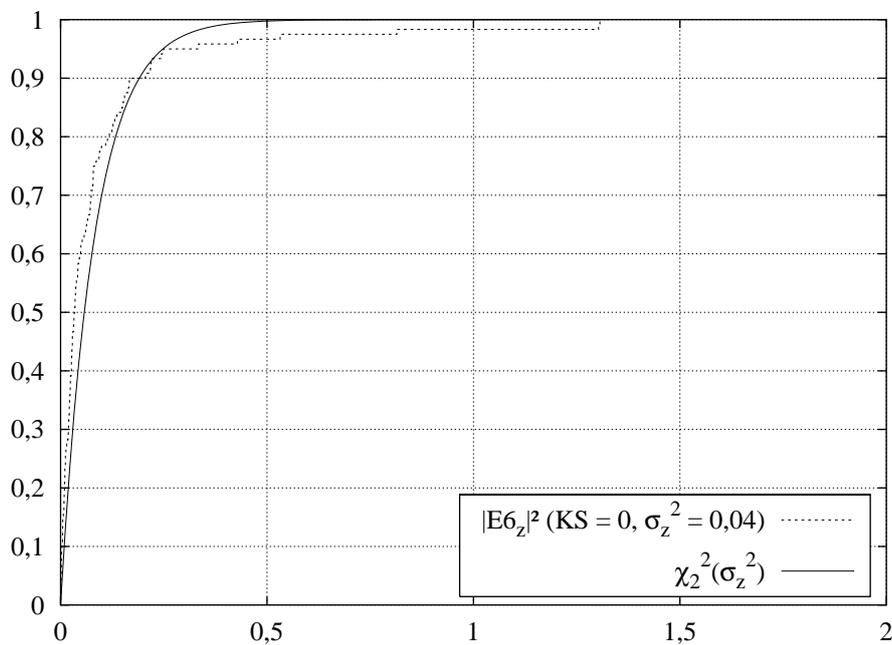


FIG. 4.24 – Fonctions de répartition du module du champ au carré à 400 MHz, pour 120 positions du brasseur (TRKS : 0 %)

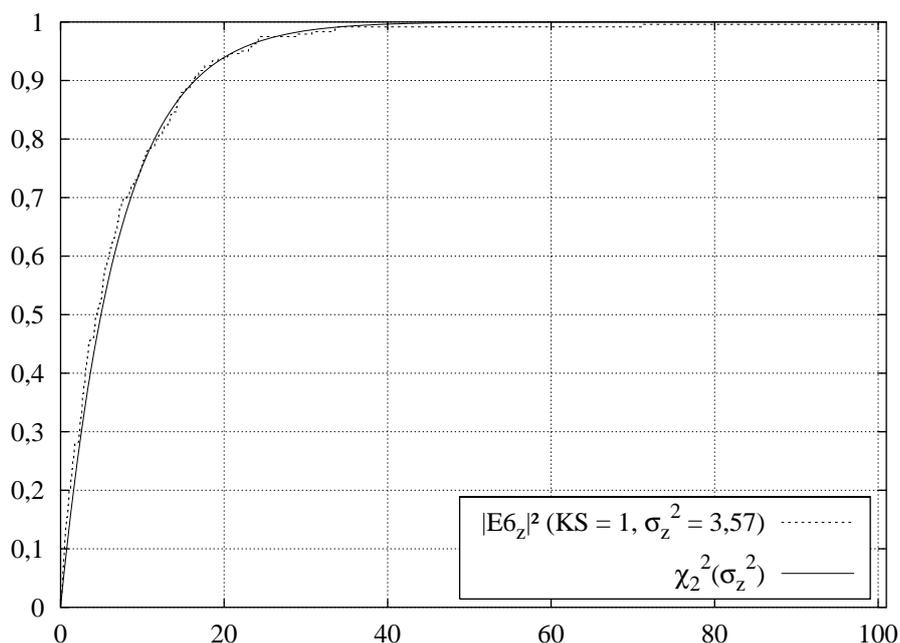


FIG. 4.25 – Fonctions de répartition du module du champ au carré à 1 GHz, pour 240 positions du brasseur (TRKS : 40 %)

Il faut donc déterminer le nombre n d'échantillons à prendre en considération pour chaque fréquence. Nous avons choisi de prendre le maximum de valeurs *tant que celles-ci sont décorrélées*, soit 240. Les études statistiques qui vont suivre seront issues de données relevées sur 240 positions de brasseur, quitte à réduire ce nombre par la suite, lorsqu'elles ne seront plus décorrélées.

La méthode que nous venons de présenter est basée sur un modèle statistique du champ. Une autre approche pour évaluer les propriétés du champ est d'utiliser des fonctions de corrélations. On montre en effet [23, 40] que la fonction de corrélation spatiale entre deux points d'observation du champ est un sinus cardinal en fonction de la distance. Nous avons donc vérifié cette propriété en considérant les neuf points du volume de travail, même si cela ne constitue pas un nombre de points important. Cela permet tout de même de donner une idée. Nous avons calculé ce coefficient de corrélation en chaque point du volume de travail, par rapport aux autres points restants, soit neuf courbes. Les figures 4.26 et 4.27 page suivante représentent la moyenne de ces neuf courbes à 400 MHz et à 1 GHz.

La longueur de corrélation indiquée sur les figures précédentes donne la distance théorique au-delà de laquelle les points sont considérés comme non corrélés par rapport au point d'origine. Elle est égale à $\lambda/2$. La figure 4.26 montre d'une part que les points sont assez corrélés et d'autre part, que la fonction de corrélation issues des simulations est assez différente de la courbe théorique. Cela rejoint les conclusions précédentes sur la non homogénéité du champ à 400 MHz. Par contre, à 1 GHz, la courbe de corrélation est beaucoup plus proche de la courbe théorique, et les points sont faiblement corrélés au-delà de la longueur de corrélation. Le champ est donc plus

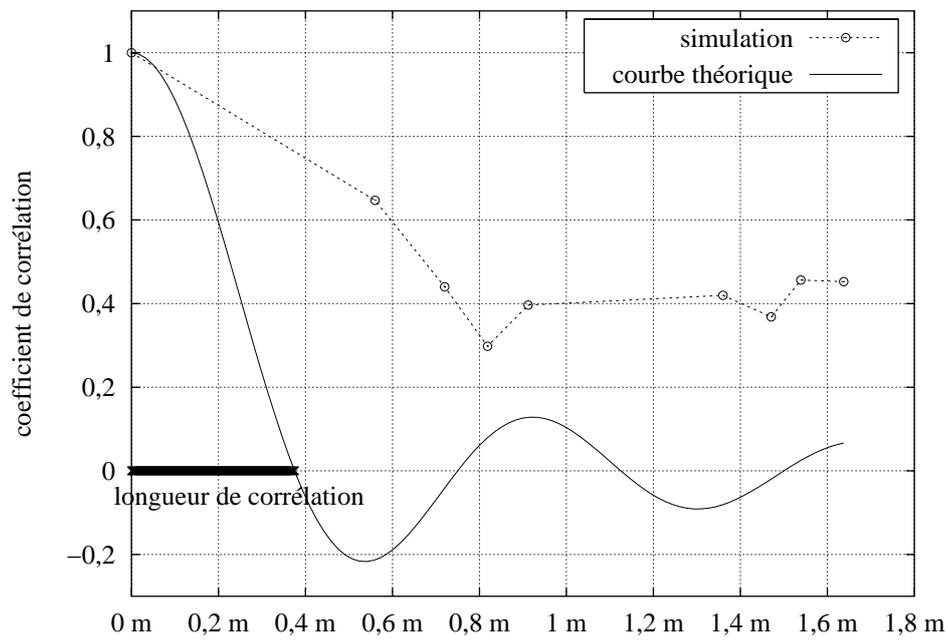


FIG. 4.26 – Fonctions de corrélations spatiales à 400 MHz

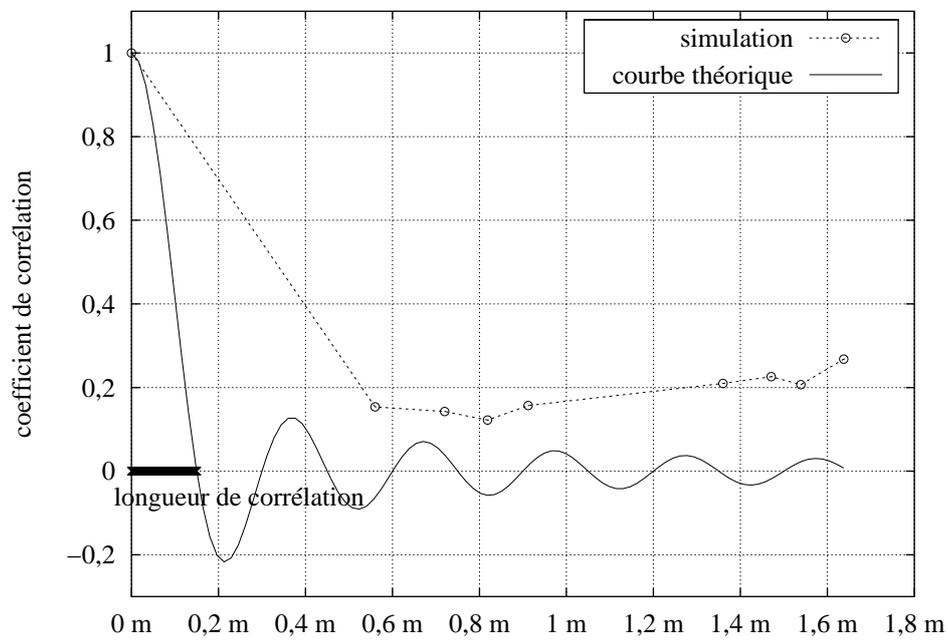


FIG. 4.27 – Fonctions de corrélations spatiales à 1 GHz

homogène à cette fréquence.

Un autre paramètre crucial dont nous n'avons pas encore tenu compte ici est la largeur des raies de résonance. En effet, les pertes à l'intérieur d'une chambre réverbérante ont pour principale conséquence d'élargir ces raies, ce qui conduit à un recouvrement « physique » des modes propres. Nous avons vu, dans le chapitre 2, que la troncature du signal temporel issu des simulations impliquait aussi un recouvrement de modes, mais celui-ci est purement numérique.

Nous allons donc présenter l'influence de ces pertes sur les résultats statistiques, selon plusieurs approches différentes. La première approche consiste simplement à comparer les largeurs des raies des mesures avec celles que l'on peut obtenir en simulation, en partant du constat simple que cette largeur dépend du temps d'observation de la simulation [24]. Dans une deuxième approche, nous présenterons les résultats relatifs aux pertes que nous avons implémentées, les pertes simulées (§ 2.4.1 page 45) et les pertes modélisées (§ 2.4.2 page 52).

4.3.2 Résultats statistiques obtenus avec les pertes numériques

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, la troncature du signal temporel issu des simulations impose que les fréquences de résonance sont représentées, dans le cas d'une fenêtre rectangulaire², non pas par des pics de Dirac, mais par des sinus cardinaux. Les deux conséquences importantes sont d'une part que les raies ont une largeur fixée par l'inverse de la durée d'observation T_{max} , et qu'elles possèdent des lobes secondaires autour du lobe principal à la fréquence de résonance, responsables du recouvrement de modes numérique.

Nous avons vu précédemment que la largeur du lobe principal d'une raie dans le cas d'une fenêtre rectangulaire était de $2 d_f$, soit $2/T_{max}$, les lobes secondaires ayant une largeur d_f (figure 4.28 page suivante). Comme nous souhaitons établir un parallèle avec les mesures de puissances, celles-ci étant relevées en échelle logarithmique, nous évaluons la largeur de la raie à partir de sa largeur à -3 dB, $\Delta f_{-3 \text{ dB}}$.

On sait que le module de la transformée de Fourier d'une fenêtre rectangulaire de durée T_{max} est donnée par un sinus cardinal d'amplitude T_{max} . Pour déterminer $\Delta f_{-3 \text{ dB}}$, il suffit de calculer la solution de l'équation :

$$T_{max} \left| \text{sinc} \left(\frac{1}{2} T_{max} \Delta f_{-3 \text{ dB}} \right) \right| = \frac{T_{max}}{\sqrt{2}},$$

dont la solution numérique est donnée par :

$$\Delta f_{-3 \text{ dB}} \approx 0,886/T_{max}. \quad (4.1)$$

La largeur à -3 dB est donc légèrement inférieure à la demi-largeur du lobe principal, $1/T_{max}$. L'équation (4.1) implique donc que les raies seront d'autant plus fines que la durée d'observation sera longue. Hoëppe [24] a donc diminué artificiellement cette durée d'observation, afin d'augmenter le phénomène de recouvrement dû à la largeur des raies, c'est-à-dire de représenter les pertes dans la chambre, pertes qualifiées d'ailleurs de « pertes numériques ». Nous avons donc

2. L'utilisation d'autres fenêtres classiques ne modifie pas de façon significative les résultats statistiques.

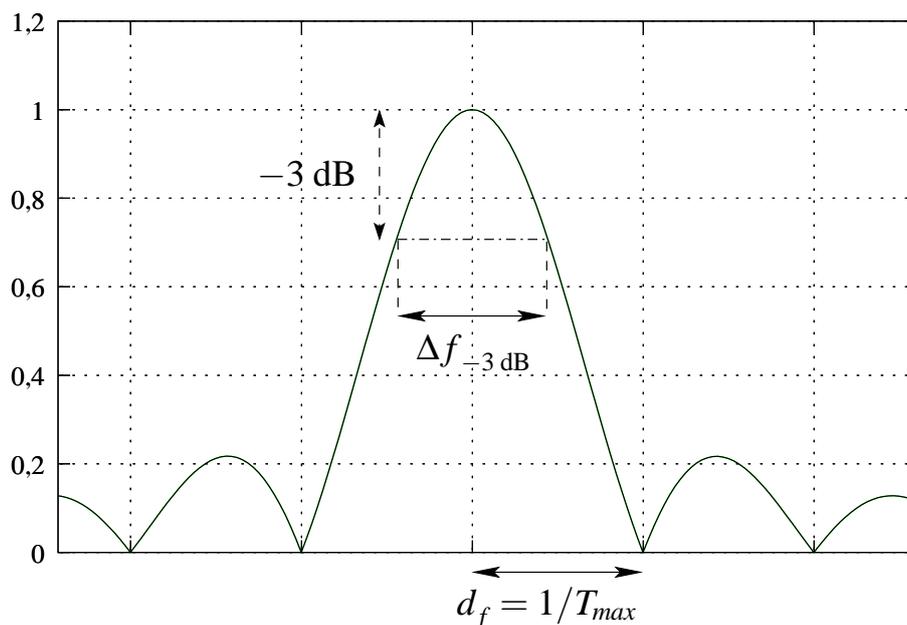


FIG. 4.28 – Largeur à -3 dB d'une raie de résonance pour une durée d'observation T_{max}

suivi cette voie, dans un premier temps, afin d'étudier l'influence de ces pertes sur les critères statistiques.

Nous avons vu précédemment qu'à raison d'un peu plus de 65 500 itérations, le temps d'observation de la simulation était de l'ordre de $5 \mu\text{s}$, ce qui représente une largeur de raie à -3 dB de 175 kHz.

D'après des résultats de mesures de puissances en basses fréquences (chapitre 1), la largeur des raies serait plutôt de l'ordre du MHz. Nous avons donc divisé le nombre d'itérations par un facteur 8 ($T_{max} = 0,625 \mu\text{s}$ pour une largeur de raie $\Delta f_{-3 \text{ dB}}$ de $1,4$ MHz) dans le but d'obtenir des largeurs du même ordre de grandeur. Nous avons déjà eu un aperçu (§ 2.3.1 page 22) du recouvrement dans ces conditions. C'est un cas un peu extrême mais très significatif, comme nous allons le voir sur les figures suivantes.

Critère sur la puissance pour $T_{max} = 0,625 \mu\text{s}$

Pour ce critère, nous évaluons les puissances relevées sur les 240 positions du brasseur, sur toute la bande de fréquences de 10 MHz à 1 GHz (figure 4.29 page suivante).

Le profil des puissances est assez différent de ce que l'on obtient dans le cas où le temps d'observation T_{max} est de $5 \mu\text{s}$ (figure 4.15 page 107) ou en mesures (figure 1.2 page 7). En effet, à cause du recouvrement qui est beaucoup plus important ici, les niveaux de champ sont plus élevés, supérieurs à 10 dB à partir de 400 MHz et proches de 20 dB vers 800 MHz. Le rapport des puissances est aussi très différent. Contrairement au cas précédent, il est d'environ 10 dB jusqu'à 300 MHz et reste à peu près constant autour de $7/8$ dB au-delà de 400 MHz. Les résultats sont donc satisfaisants par rapport au critère 1.

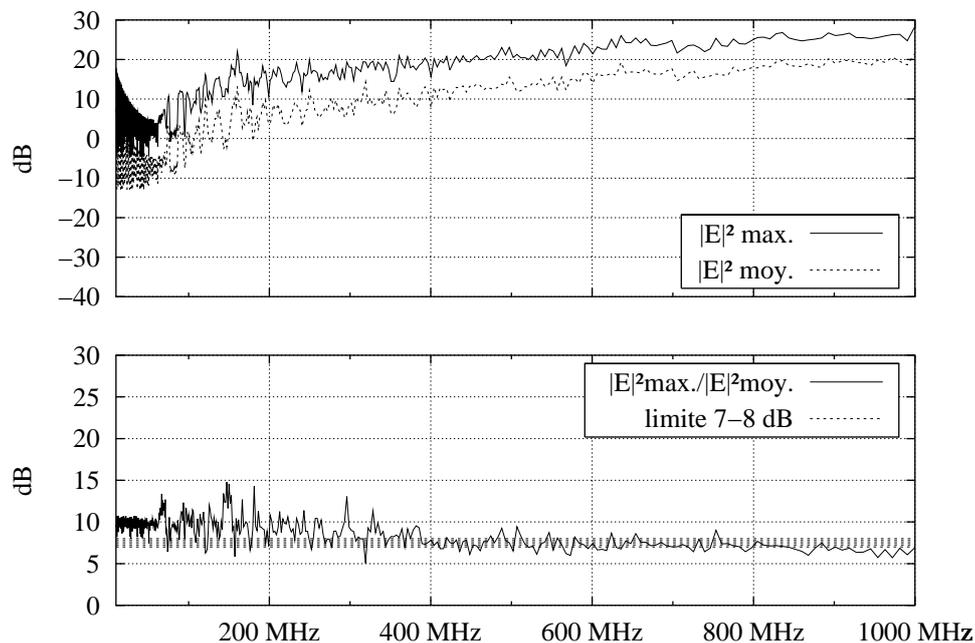


FIG. 4.29 – Rapport de puissances, sur le volume de travail pour $T_{max} = 0,625 \mu s$

Présentons maintenant l'influence de ces pertes numériques sur les écarts-types des valeurs de champ.

Avec une largeur de raie de l'ordre du MHz, le nombre de pas de brasseur pour lequel les valeurs de champs sont corrélées est évidemment plus important que dans le cas précédent où la largeur de raie était environ 8 fois plus faible.

La figure 4.30(a) page suivante montre qu'il faut alors diviser le nombre d'échantillons par 3 à 400 MHz pour que les valeurs de champ soient décorréelées. En fait, si l'on considère tous les points du volume de travail, ce nombre varie de 3 à 8, ce qui montre une certaine inhomogénéité du champ à cette fréquence. Nous prendrons donc 40 valeurs à 400 MHz, d'après la règle que nous nous sommes fixée (§ 4.3.1 page 103), soit une position du brasseur tous les 9° . À 1 GHz, la figure 4.30(b) montre que l'on peut prendre 120 positions tous les 3° pour que les valeurs de champ soient décorréelées. Dans ce cas, on trouve bien le même nombre en un point quelconque du volume de travail, le champ étant plus homogène.

Critère sur les écarts-types des valeurs de champ pour $T_{max} = 0,625 \mu s$

Si l'on compare les deux tableaux précédents avec les tableaux 4.5 et 4.6 pages 107-108, on constate que les valeurs maximales des composantes du champ sont plus que multipliées par deux. En effet, avec une largeur de 1,6 MHz, le recouvrement des raies est très important, ce qui se ressent sur leur amplitude. Par contre, l'écart-type en dB n'est quasiment pas modifié.

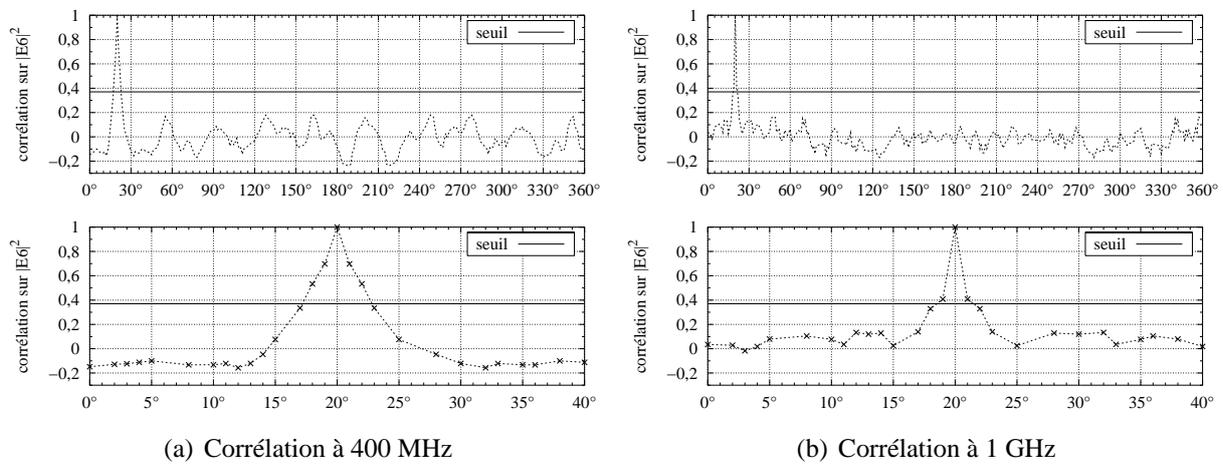


FIG. 4.30 – Angle de corrélation pour $T_{max} = 0,625 \mu s$

TAB. 4.9 – Propriétés statistiques du champ à 400 MHz, pour 40 positions du brasseur, $T_{max} = 0,625 \mu s$

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
valeurs moyennes ($\langle E_i^{max} \rangle$)	2,67	3,22	2,69
écarts-types (σ_i)	0,7	0,64	0,85
écarts-types ($\sigma_i(\text{dB})$)	2,02	1,58	2,39

valeur moyenne sur toutes les composantes ($\langle E_{x,y,z}^{max} \rangle$) : 2,86

écart-type sur toutes les composantes ($\sigma_{x,y,z}$) : 0,75

écart-type global en dB : $\sigma_{(\text{dB})} = 2,02$

TAB. 4.10 – Propriétés statistiques du champ à 1 GHz, pour 120 positions du brasseur, $T_{max} = 0,625 \mu s$

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
valeurs moyennes ($\langle E_i^{max} \rangle$)	15,43	12,42	18,7
écarts-types (σ_i)	1,79	2,39	3,69
écarts-types ($\sigma_i(\text{dB})$)	0,96	1,53	1,56

valeur moyenne sur toutes les composantes ($\langle E_{x,y,z}^{max} \rangle$) : 15,52

écart-type sur toutes les composantes ($\sigma_{x,y,z}$) : 3,7

écart-type global en dB : $\sigma_{(\text{dB})} = 1,86$

Critères sur la distribution des valeurs de champ pour $T_{max} = 0,625 \mu s$

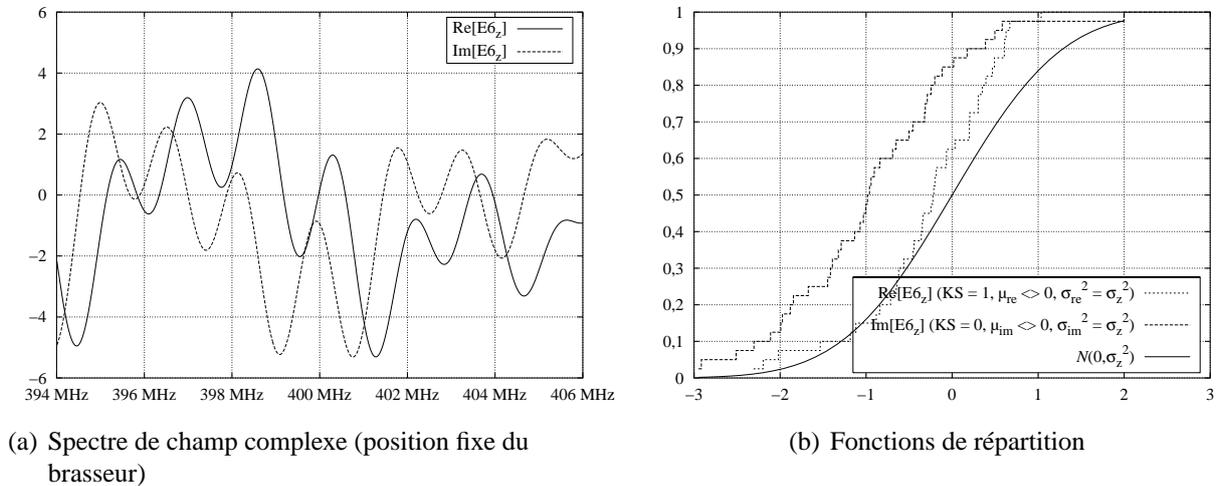


FIG. 4.31 – Spectre et distribution du champ complexe à 400 MHz, pour 40 positions du brasseur, $T_{max} = 0,625 \mu s$ (TRKS : 65 %)

Si l'on effectue le test de KS par rapport à une loi normale quelconque $N(\mu, \sigma^2)$, on obtient, à 400 MHz comme à 1 GHz, 100 % de réussite. Nous pouvons donc préciser notre remarque du § 4.2.3 page 97. Le paramètre important, plutôt que la densité de modes, pour obtenir des lois normales, est le nombre M de modes présents dans une largeur de raie à -3 dB [26, 40]. À 400 MHz, la densité de modes est relativement faible, mais dans le cas où $T_{max} = 0,625 \mu s$, les raies sont très larges. On compte par exemple de 4 à 5 modes à 400 MHz dans une largeur de 1,4 MHz. Par contre, le nombre de modes n'est pas un critère suffisant pour obtenir des lois normales centrées : les figures 4.31(b) ci-dessus et 4.32(b) page suivante montrent en effet que ces lois normales peuvent être très décentrées.

Analysons maintenant les résultats concernant la distribution de la phase du champ.

L'élargissement des raies dû au temps d'observation $T_{max} = 0,625 \mu s$ améliore légèrement le TRKS à 400 MHz, qui passe de 40 à 50 %. Par contre, il est divisé par deux à 1 GHz. Il y a en effet une relation entre la dégradation constatée sur la phase et les lois normales non centrées.

Comparons les résultats obtenus avec le signal dégradé et le signal d'origine, 8 fois plus long.

À 400 MHz, l'amélioration sur le TRKS semble évidente sur le champ complexe (il passe de 4 à 65 %) et sur son module (de 0 à 95 %). Elle l'est moins sur la phase (il passe seulement de 40 à 50 %).

À 1 GHz, les résultats sont plus mitigés. En effet, le TRKS sur le champ complexe et la phase diminue, passant de 50 à 30 % pour le premier, et de 50 à 20 % pour le second. Sur le module, il passe de 40 à 65 %. De plus, le test de Student sur la moyenne nulle n'est accepté que dans un peu plus de 25 % des cas contre 55 % pour $T_{max} = 5 \mu s$. Le test de Fisher-Snédecor sur les variances est rejeté dans moins de 4 % des cas.

Il semble donc que l'élargissement des raies, s'il améliore les résultats en basses fréquences

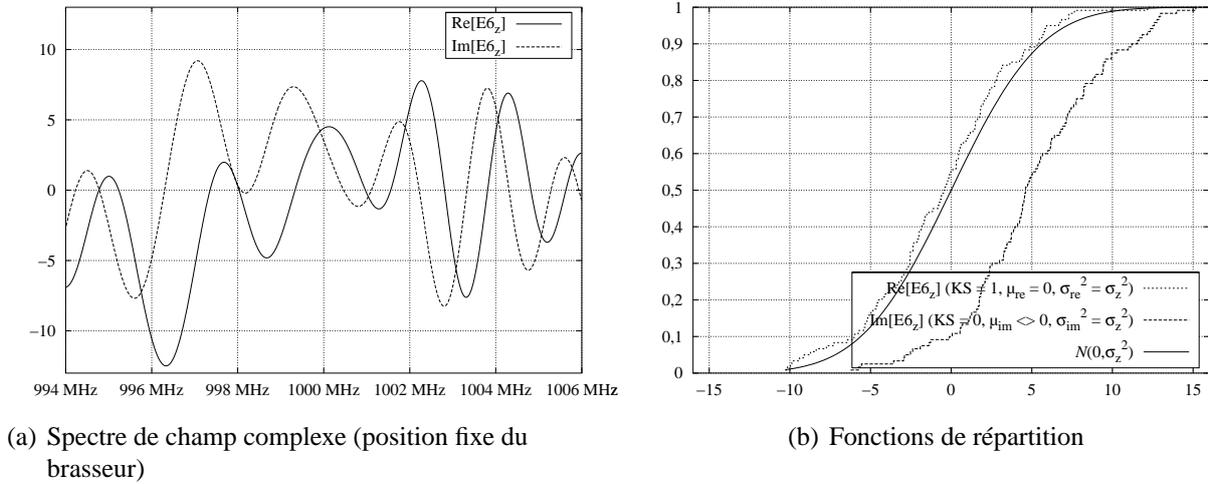


FIG. 4.32 – Spectre et distribution du champ complexe à 1 GHz, pour 120 positions du brasseur, $T_{max} = 0,625 \mu s$ (TRKS : 30 %)

à 400 MHz, produise l’effet inverse à 1 GHz, en décentrant les valeurs de champ complexe, de sorte qu’elles ne sont plus de moyenne nulle.

Présentons maintenant les résultats statistiques obtenus à partir de la méthode des pertes simulées (§ 2.4.1 page 45) et de la méthode des pertes modélisées (§ 2.4.2 page 52). Dans le premier cas, nous avons choisi une conductivité fictive σ_F égale à $200 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$. Les simulations ayant été faites sur 72 positions de brasseur, nous partirons de ce nombre de positions. Dans le deuxième cas, nous avons choisi un facteur de qualité Q de 1000. Le post-traitement lié à cette méthode a été fait sur les 240 positions d’origine du brasseur, nombre que nous avons réduit par la suite en fonction de l’angle de corrélation. Dans les deux cas, le nombre d’itérations N est d’environ 65 500 itérations ($T_{max} = 5 \mu s$), et le brasseur modélisé est le brasseur3 (figure 3.1(d) page 66).

4.3.3 Résultats statistiques obtenus avec la méthode des pertes simulées

Nous ne présenterons ici les résultats qu’à 400 MHz, fréquence pour laquelle la conductivité fictive σ_F a été estimée. Notons que pour cette étude, l’amplitude des raies n’a pas été normalisée (équation (2.28)).

Critère sur les écarts-types des valeurs de champ pour $\sigma_F = 200 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$

Si l’on compare le tableau 4.11 page suivante avec le tableau 4.1 page 93, on constate que l’écart-type à légèrement diminué avec la prise en compte des pertes dans les parois.

Analysons les résultats sur la distribution des valeurs de champ, que l’on comparera à ceux obtenus avec $\sigma_F = \sigma_F^\infty$.

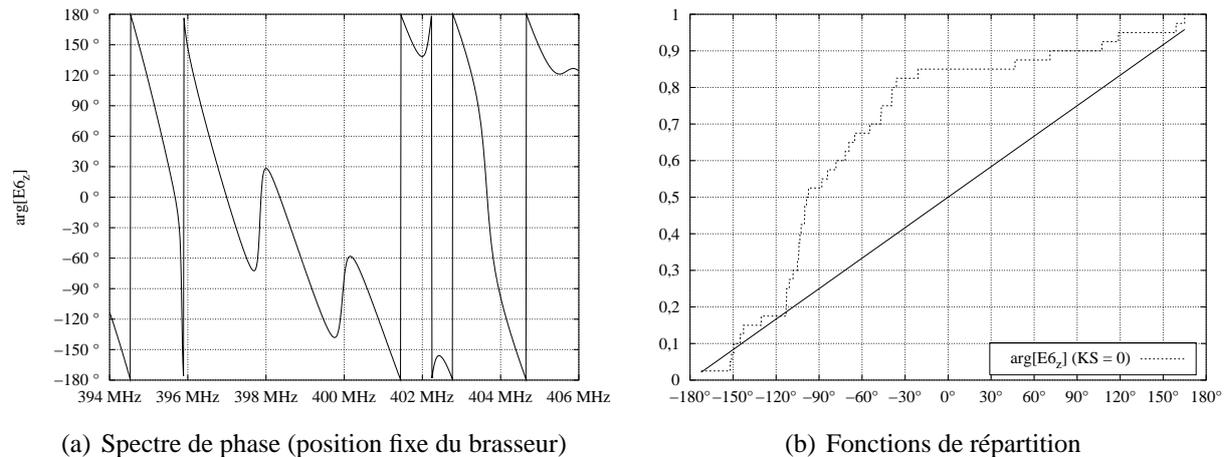


FIG. 4.33 – Spectre et distribution de la phase du champ à 400 MHz, pour 40 positions de brasseur, $T_{max} = 0,625 \mu s$ (TRKS : 50 %)

TAB. 4.11 – Propriétés statistiques du champ à 400 MHz, pour 72 positions du brasseur, $\sigma_F = 200 S \cdot m^{-1}$

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
valeurs moyennes ($\langle E_i^{max} \rangle$)	0,51	0,57	0,53
écarts-types (σ_i)	0,08	0,15	0,16
écarts-types (σ_i (dB))	1,24	2,01	2,21

valeur moyenne sur toutes les composantes ($\langle E_{x,y,z}^{max} \rangle$) : 0,54
 écart-type sur toutes les composantes ($\sigma_{x,y,z}$) : 0,13
 écart-type global en dB : $\sigma_{(dB)} = 1,87$

Critères sur la distribution des valeurs de champ pour $\sigma_F = 200 S \cdot m^{-1}$

La comparaison des figures 4.37 page 125 et 4.3 page 97 montre l’influence de la conductivité finie sur les spectres de champ complexe. Cependant, le TRKS est le même dans les deux cas.

Par contre, le TRKS sur la phase (figure 4.38 page 126) s’est nettement dégradé par rapport au cas $\sigma_F = \sigma_F^\infty$ (figure 4.5 page 99), puisqu’il passe de 45 à 5 %.

D’après les figures 4.39 et 4.40 pages 126-127, le TRKS sur le module et le module au carré a doublé par rapport au cas précédent (figures 4.7 et 4.9 pages 100-102).

Les résultats statistiques à 400 MHz obtenus à partir des pertes simulées sont donc peu concluants, à part une légère amélioration du TRKS sur le module et le module au carré. Ceci est dû aux paramètres de la simulation. En effet, les spectres sur les modules (figures 4.39(a) et 4.40(a)) montrent que les pertes introduites par l’intermédiaire de la conductivité fictive ont dans ce cas peu d’influence sur la largeur des raies de résonance. En effet, la largeur des raies à -3 dB ne passe que de 175 kHz dans le cas $\sigma_F = \sigma_F^\infty$ à 190 kHz dans le cas $\sigma_F = 200 S \cdot m^{-1}$. De plus, pour le temps d’observation utilisé ($T_{max} = 5 \mu s$), l’effet de la fenêtre rectangle est encore présent, puisque l’on aperçoit les oscillations des lobes secondaires des sinus cardinaux sur les

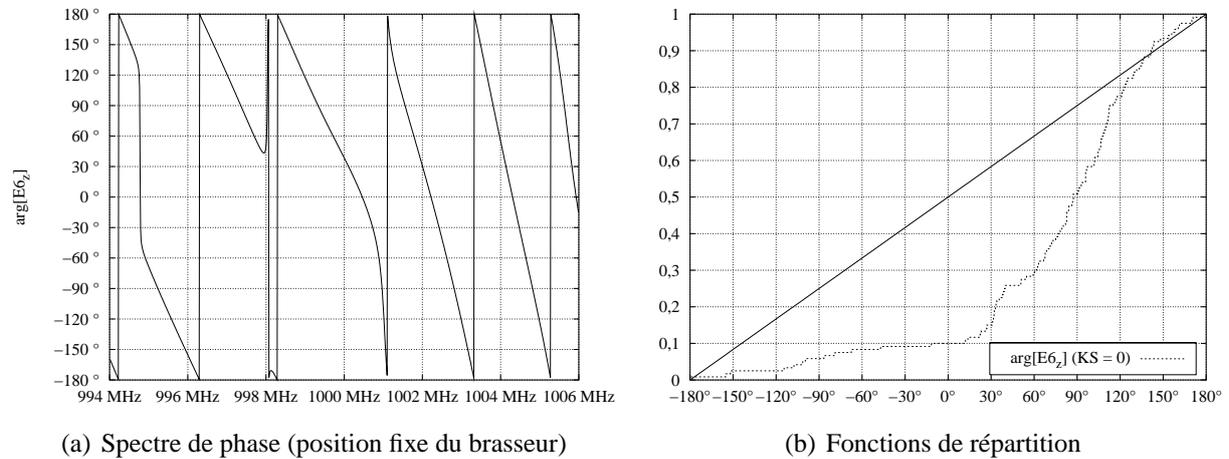


FIG. 4.34 – Spectre et distribution de la phase du champ à 1 GHz, pour 120 positions du brasseur, $T_{max} = 0,625 \mu s$ (TRKS : 20 %)

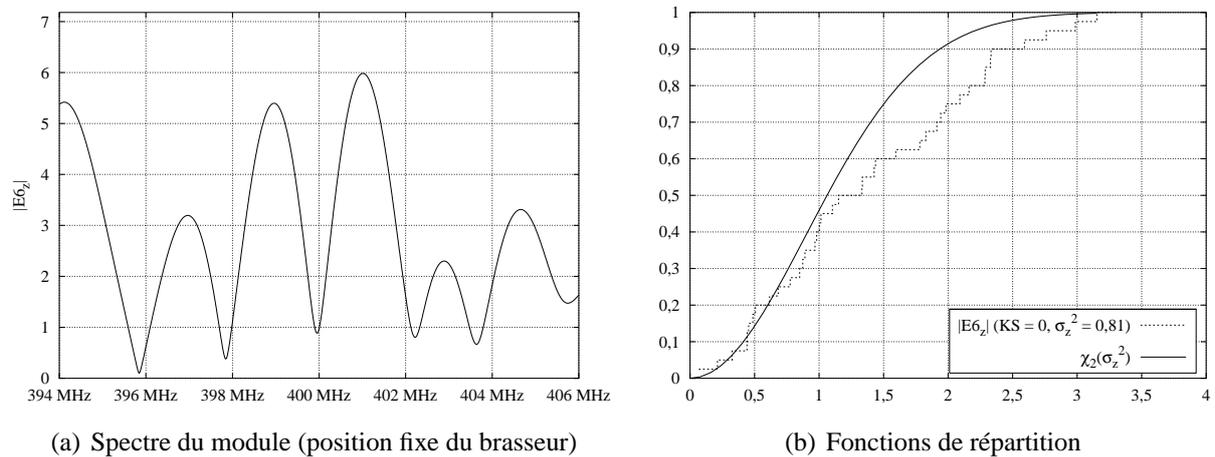


FIG. 4.35 – Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz, pour 40 positions du brasseur, $T_{max} = 0,625 \mu s$ (TRKS : 95 %)

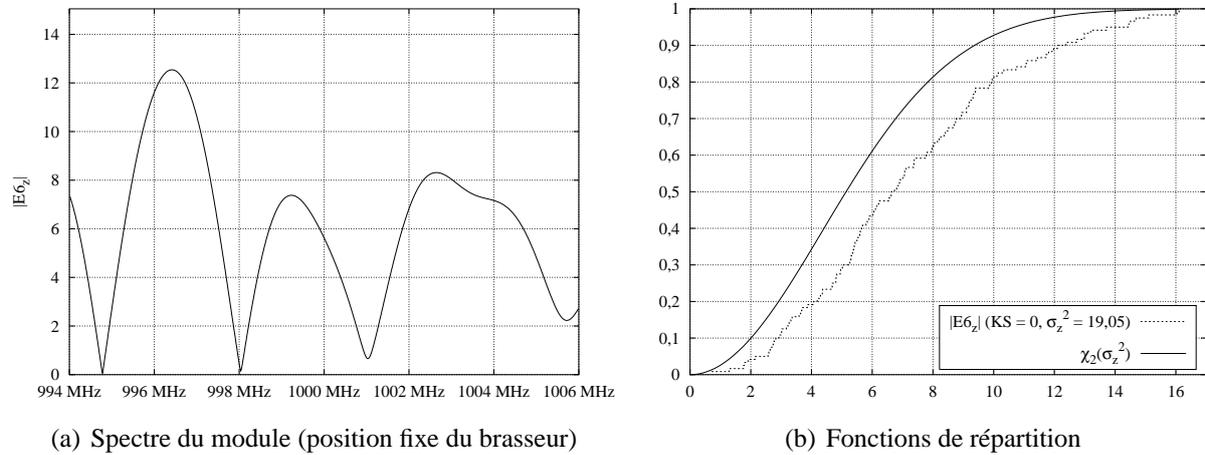


FIG. 4.36 – Spectre et distribution du module du champ à 1 GHz, pour 120 positions du brasseur, $T_{max} = 0,625 \mu s$ (TRKS : 65 %)

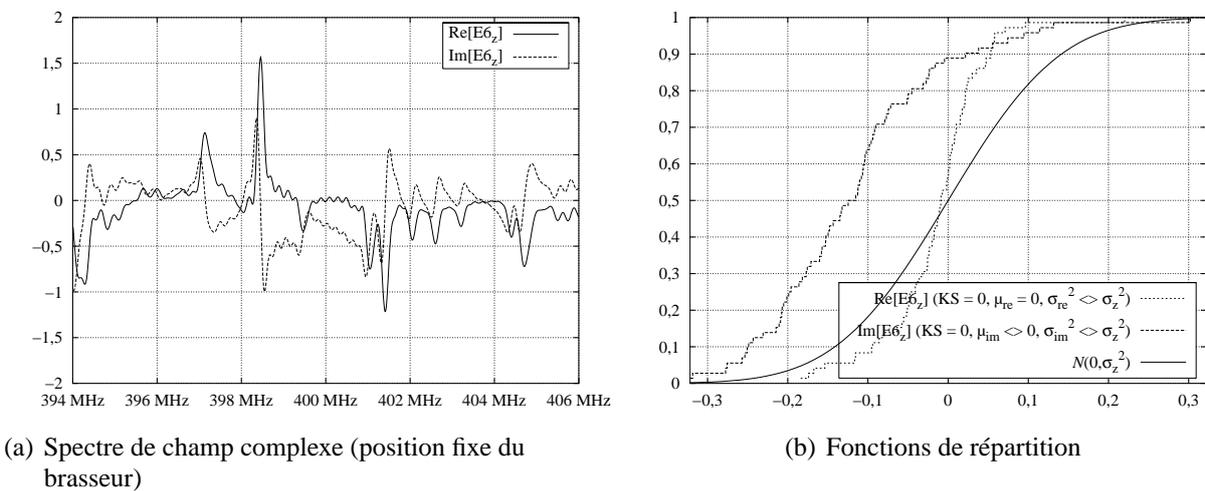


FIG. 4.37 – Spectre et distribution du champ complexe à 400 MHz pour 72 positions du brasseur, $\sigma_F = 200 S \cdot m^{-1}$ (TRKS : 15 %)

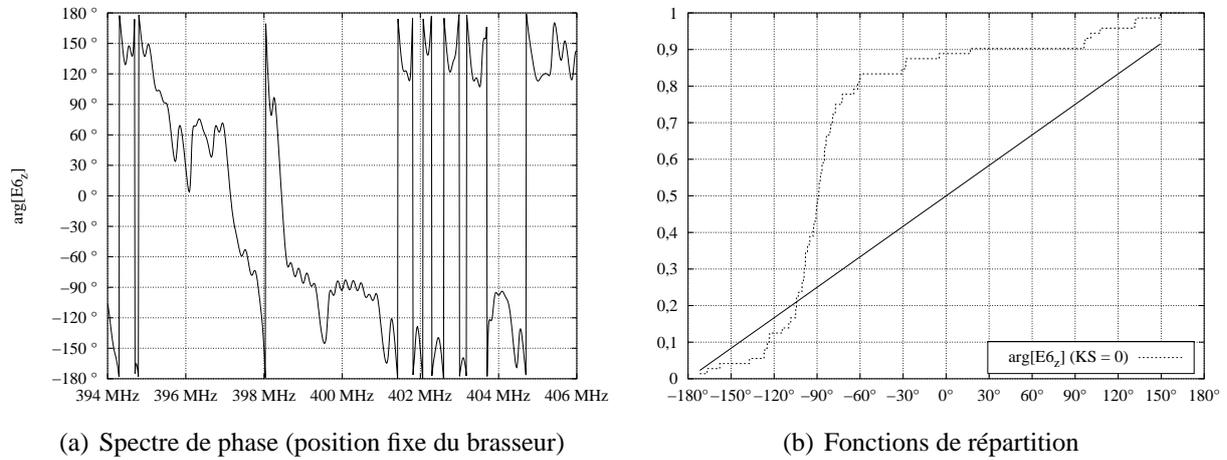


FIG. 4.38 – Spectre et distribution de la phase du champ à 400 MHz pour 72 positions du brasseur, $\sigma_F = 200 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ (TRKS : 5 %)

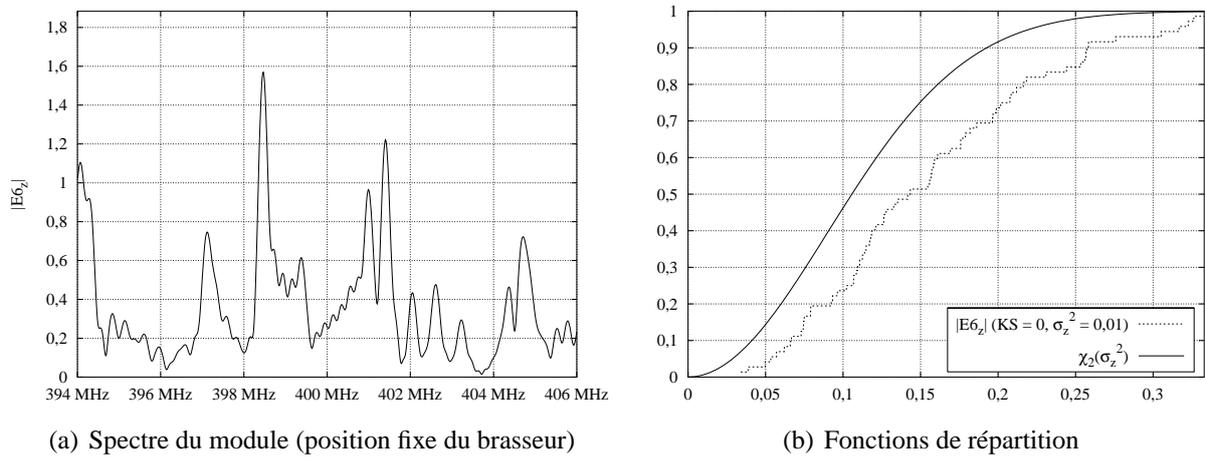


FIG. 4.39 – Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz pour 72 positions du brasseur, $\sigma_F = 200 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ (TRKS : 20 %)

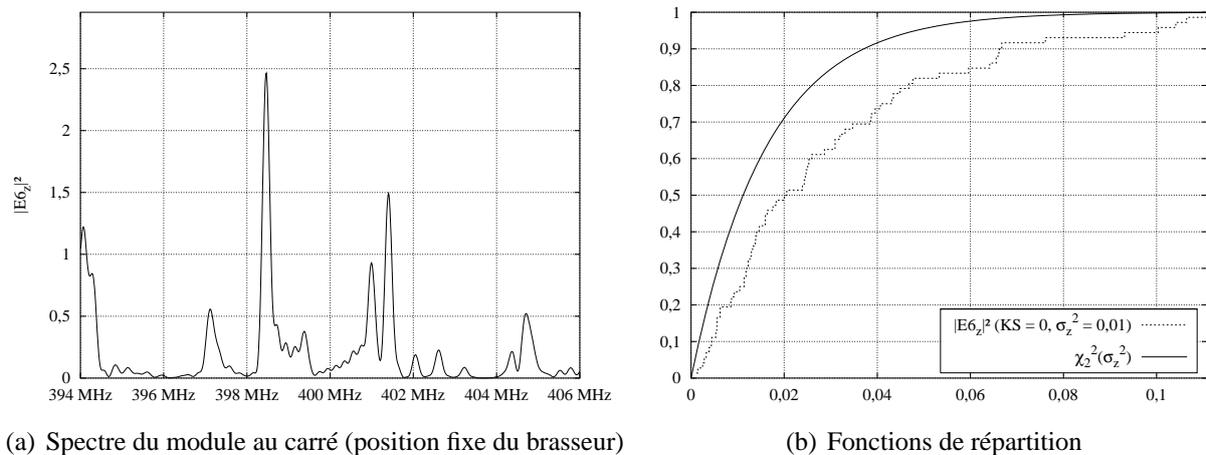


FIG. 4.40 – Spectre et distribution du module du champ au carré à 400 MHz pour 72 positions du brasseur, $\sigma_F = 200 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ (TRKS : 20 %)

spectres des modules. La condition imposée par l'équation (2.30) n'est en effet pas respectée. En prenant un temps d'observation 4 fois plus long, l'effet de la fenêtre rectangulaire est négligeable devant l'exponentielle décroissante (équation (2.26)) et les oscillations disparaissent complètement. La largeur de bande à -3 dB réelle est dans ce cas de 115 kHz. Ce qui nous amène à faire la conclusion suivante. Soit la valeur de la conductivité que nous avons prise est trop élevée. Cependant, ce sont des valeurs de cet ordre de grandeur que l'on rencontre généralement en mesures [18, 30, 31, 39]. Soit l'implémentation de la conductivité fictive n'est pas correcte, ceci pouvant être dû en particulier à la discrétisation qui en est faite sur le maillage.

4.3.4 Résultats statistiques obtenus avec la méthode des pertes modélisées

Le facteur de qualité Q a été estimé à une fréquence de 400 MHz dans la section 2.4.2. Cependant, nous utiliserons aussi cette valeur de Q à 1 GHz, bien qu'à cette fréquence, il soit de l'ordre de 2500. Deux raisons à cela :

- avec un facteur Q de 2500, il faudrait au minimum 164 000 itérations (équation (2.41)) pour que l'effet des pertes se fasse ressentir sur la forme des raies. Nous ne disposons pas de telles simulations sur un tour de brasseur. Par contre, le nombre d'itérations minimal dépendant de $1/f_0$, prendre $N \approx 65\,500$ pour $f_0 = 1$ GHz est légitime. Nous modélisons alors un facteur de qualité, certes faible, de 1000 à 1 GHz.
- garder un facteur Q constant va nous permettre d'étudier l'influence de la densité de modes sur le TRKS, sans qu'un autre paramètre n'intervienne.

Remarquons que cette méthode étant à bande étroite et que l'estimation du rapport des puissances est faite sur 500 fréquences sur une bande de 1 GHz en considérant un tour de brasseur, le calcul n'est pas envisageable ici.

Montrons l'influence du facteur Q sur les angles de corrélation.

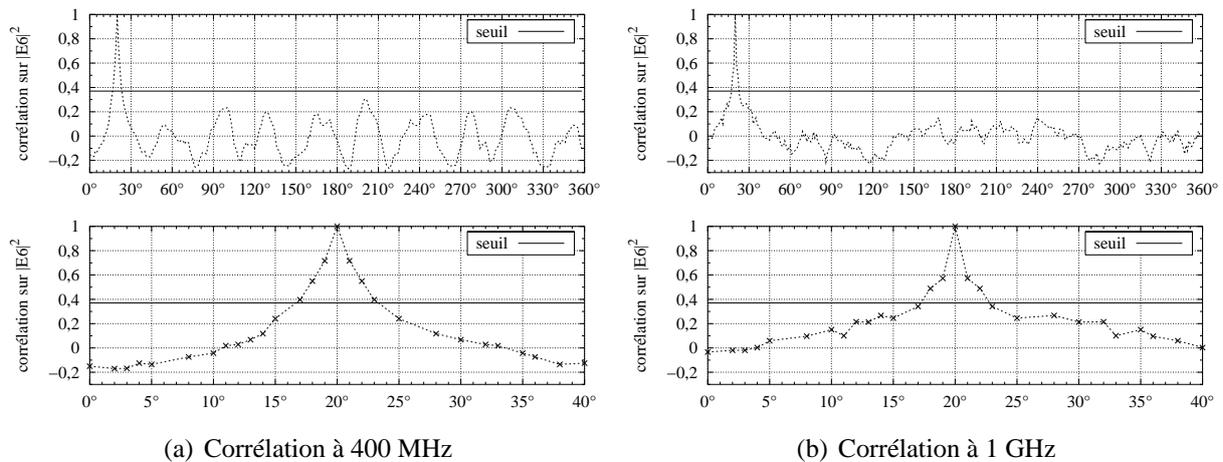


FIG. 4.41 – Angle de corrélation pour $Q = 1000$

Le nombre de pas de brasseur pour obtenir des valeurs de champ décorréliées varie entre 4 et 6 sur le volume de travail, à 400 MHz. Nous prendrons donc 40 valeurs (une position tous les 9°). À 1 GHz, le nombre de pas est compris entre 2 et 6. Nous prendrons donc 60 positions de brasseur tous les 6° . Par rapport au cas où les pertes n'étaient pas prises en compte ($\sigma_F = \sigma_F^\infty$, § 4.3.1 page 103), cela représente 3 et 4 fois moins de positions à 400 MHz et à 1 GHz.

Analysons maintenant l'influence des pertes modélisées sur les écarts-types des valeurs de champ.

Critère sur les écarts-types des valeurs de champ pour $Q = 1000$

TAB. 4.12 – Propriétés statistiques du champ à 400 MHz, pour 40 positions du brasseur, $Q = 1000$

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
valeurs moyennes ($\langle E_i^{\max} \rangle$)	1,48	1,98	1,56
écarts-types (σ_i)	0,21	0,31	0,3
écarts-types ($\sigma_i(\text{dB})$)	1,18	1,27	1,53

valeur moyenne sur toutes les composantes ($\langle E_{x,y,z}^{\max} \rangle$) : 1,67

écart-type sur toutes les composantes ($\sigma_{x,y,z}$) : 0,35

écart-type global en dB : $\sigma_{(\text{dB})} = 1,64$

Si l'on compare les tableaux 4.12 et 4.13 pages 128-129 aux tableaux 4.5 et 4.6 pages 107-108 ($T_{\max} = 5 \mu\text{s}$) et 4.9 et 4.10 page 120 ($T_{\max} = 0,625 \mu\text{s}$), on constate que l'écart-type global en dB est le plus faible dans le cas $Q = 1000$. De plus, les écarts-types sur chaque composante sont aussi très proches. La prise en compte des pertes à l'aide du facteur de qualité Q augmente donc l'homogénéité du champ.

TAB. 4.13 – Propriétés statistiques du champ à 1 GHz, pour 60 positions du brasseur, $Q = 1000$

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
valeurs moyennes ($\langle E_i^{\max} \rangle$)	13,56	11,07	15,28
écarts-types (σ_i)	2,95	1,73	2,15
écarts-types ($\sigma_i(\text{dB})$)	1,71	1,26	1,15

valeur moyenne sur toutes les composantes ($\langle E_{x,y,z}^{\max} \rangle$) : 13,31

écart-type sur toutes les composantes ($\sigma_{x,y,z}$) : 2,84

écart-type global en dB : $\sigma_{(\text{dB})} = 1,68$

Critères sur la distribution des valeurs de champ pour $Q = 1000$

La fenêtre de pertes ne s’appliquant que sur le module du champ, nous ne montrons les résultats que pour cette grandeur. Notons que dans ce cas, le paramètre σ^2 intervenant dans la loi de Rayleigh est estimé à partir de la méthode du maximum de vraisemblance [44].

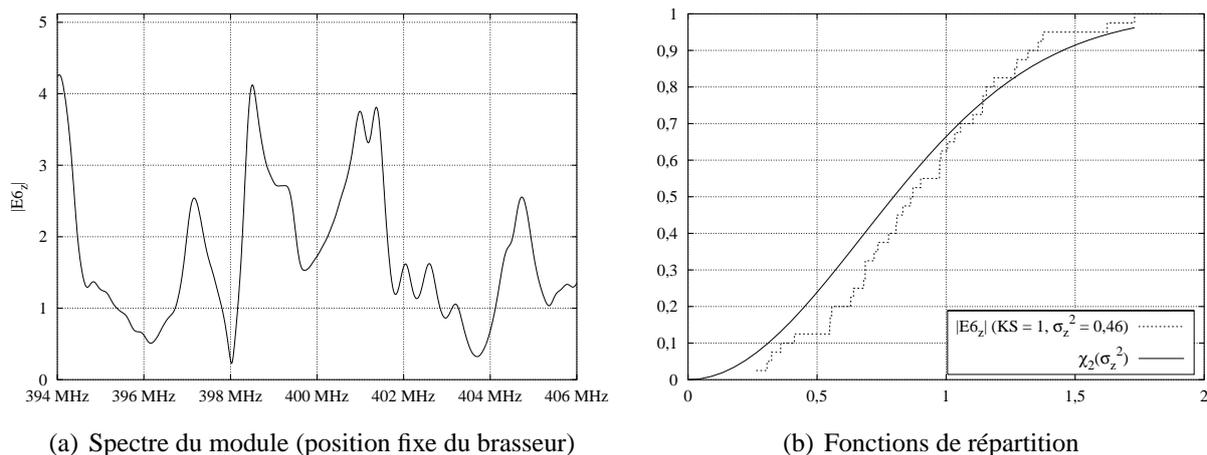


FIG. 4.42 – Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz, pour 40 positions du brasseur, $Q = 1000$ (TRKS : 80 %)

Les figures 4.42 et 4.43 pages 129-130 montrent que l’on obtient un TRKS élevé, à 400 MHz comme à 1 GHz. Ces résultats sont surtout significatifs à 400 MHz. En effet, nous avons pris 40 positions de brasseur, ce qui est un peu faible pour le test de KS. Celui-ci est donc moins sévère que sur les 120 positions d’origine (figure 4.22 page 113). Ceci dit, si l’on effectue le test de KS sur 40 positions avec les pertes numériques faibles d’origine (§ 4.3.1 page 109), on obtient un TRKS qui n’est que de 5 %, au lieu de 0 %. La taille des échantillons utilisés pour le test de KS a donc une influence négligeable ici. Nous en concluons que les pertes, par l’intermédiaire du facteur de qualité par exemple, sont un paramètre crucial à prendre en compte, pour obtenir des lois conformes à la théorie. Ceci montre la nécessité de modéliser les pertes dans la chambre.

Il peut être alors intéressant de comparer les résultats de la méthode des pertes numériques

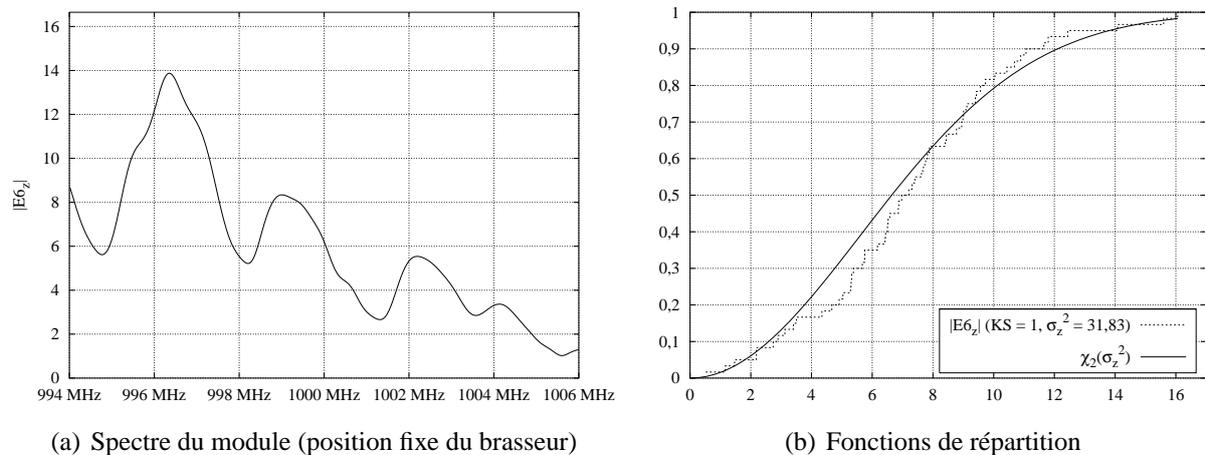


FIG. 4.43 – Spectre et distribution du module du champ à 1 GHz, pour 60 positions du brasseur, $Q = 1000$ (TRKS : 95 %)

avec ceux de la méthode des pertes modélisées pour la même largeur de bande à -3 dB.

Comparaison entre pertes modélisées et pertes numériques

Afin de réutiliser les résultats de simulations que nous avons à notre disposition, nous prendrons un nombre N d'itérations égal à 2^{14} , soit $T_{max} = 1,25 \mu s$. La largeur de raie à -3 dB est dans ce cas de 650 kHz. Pour obtenir la même largeur de raie en utilisant les pertes modélisées, Q doit être égal à 600 (figure 4.44 page suivante).

Le calcul de l'angle de corrélation montre qu'il faut prendre dans le cas des pertes numériques une position du brasseur tous les 6° , soit 60 valeurs sur une rotation complète, et une position tous les 12° (30 valeurs) dans le cas des pertes modélisées. On évaluera donc le TRKS sur 30 positions dans le cas des pertes numériques, afin de pouvoir comparer les résultats sur le même nombre de valeurs.

D'après les figures 4.45 et 4.46 pages 131-132, le TRKS est légèrement plus élevé dans le cas des pertes modélisées que dans le cas des pertes numériques, mais cette différence de 5 % n'est pas significative, surtout que la dimension des échantillons est très faible. Ces résultats sont donc à prendre avec précaution.

Le TRKS est une grandeur permettant d'évaluer si le champ, pris sur l'ensemble des points du volume de travail, suit une loi donnée. Nous l'avons évalué jusqu'ici, à deux fréquences, 400 MHz et 1 GHz, qui correspondent respectivement à la limite basse fréquence de fonctionnement de la chambre, et à une fréquence pour laquelle la chambre est supposée fonctionner correctement. Il peut être alors intéressant d'étudier l'évolution de ce TRKS sur la bande 100 MHz-1 GHz, afin de déterminer la bande de fréquences qui sépare la zone où la chambre ne fonctionne pas en « mode réverbérant » de la zone où l'on peut considérer, d'après la valeur du TRKS, que la chambre fonctionne correctement. La figure 4.47 page 133 représente l'évolution du TRKS sur le module du champ, pour les pertes modélisées avec $Q = 1000$. Dans ce cas, nous avons

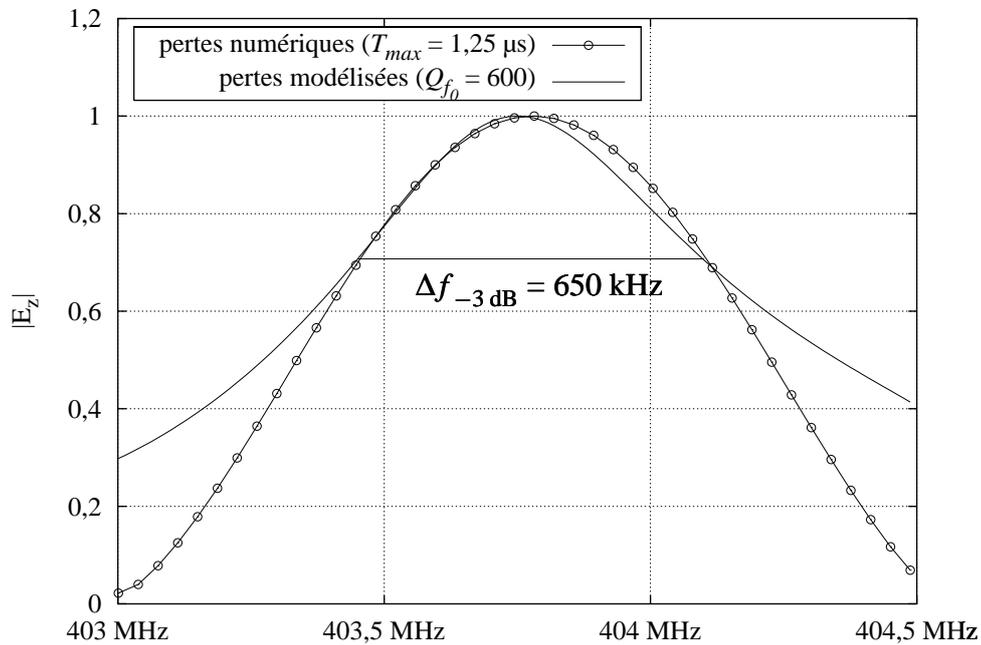
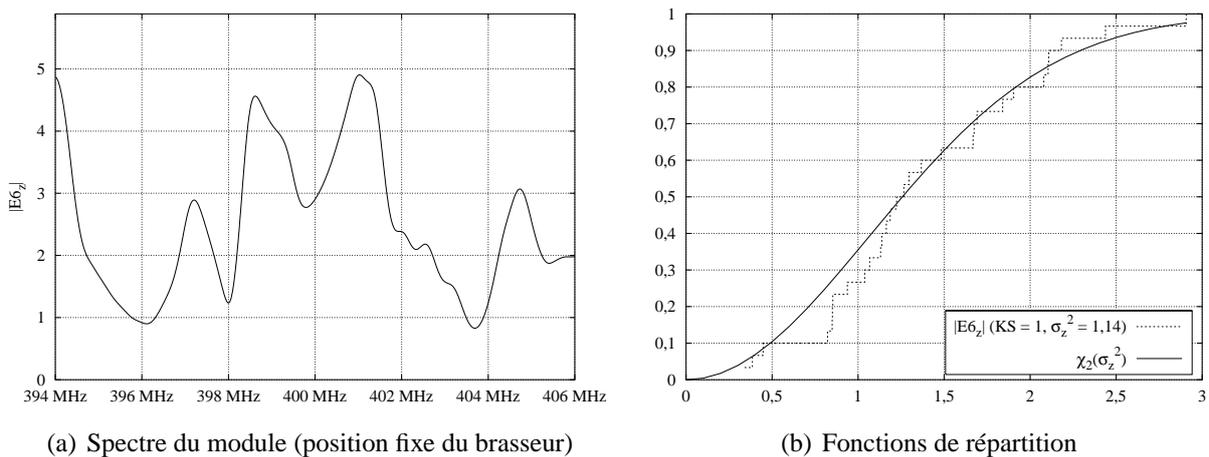


FIG. 4.44 – Comparaison de la forme des raies entre pertes modélisées et pertes numériques



(a) Spectre du module (position fixe du brasreur)

(b) Fonctions de répartition

FIG. 4.45 – Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz, pour 30 positions du brasreur, pertes modélisées avec $Q = 600$ (TRKS : 95 %)

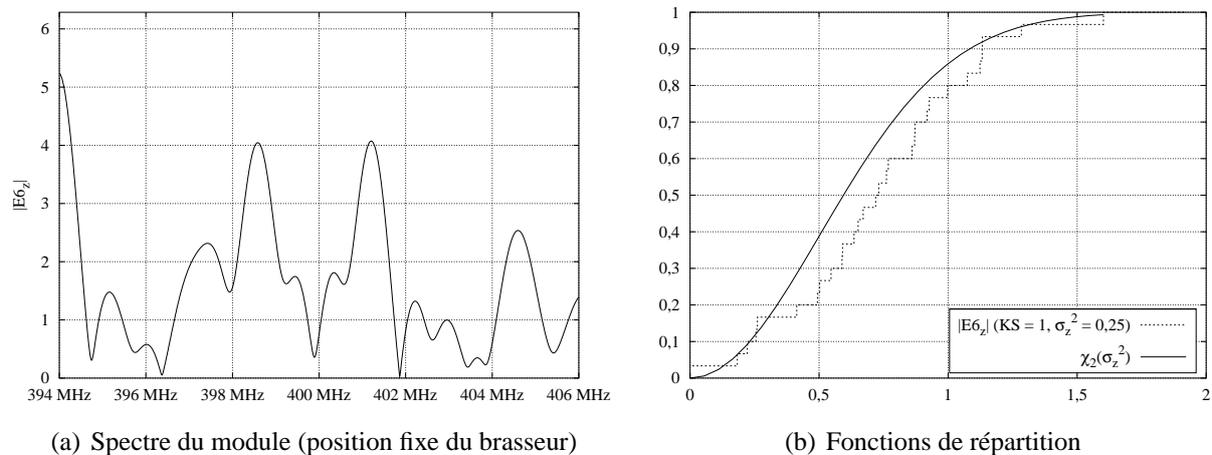


FIG. 4.46 – Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz, pour 30 positions du brasseur, pertes numériques avec $T_{max} = 1,25 \mu s$ (TRKS : 90 %)

tenu compte, pour chaque fréquence, du nombre d'échantillons nécessaire pour que les valeurs de champs soient décorréliées.

On remarque sur cette figure que le TRKS passe assez brusquement de 10 % à 80 % sur une bande de 200 MHz. On peut donc considérer que le champ n'est pas statistiquement homogène en-dessous de 200 MHz mais qu'il le devient à partir de 400 MHz, pour le facteur de qualité introduit.

4.4 Influence d'un objet dans la chambre

Nous avons étudié jusqu'à maintenant le comportement du champ électromagnétique dans la chambre avec et sans brasseur. L'influence de la présence de l'objet sous test au sein de la chambre n'a donc pas encore été abordé. Or ce problème est d'une importance primordiale puisque celui-ci est censé modifier, dans une certaine mesure, la répartition spatiale du champ au sein de l'enceinte.

Nous présenterons ici une première approche simple, qui consiste à placer un objet métallique de forme parallélépipédique rectangulaire, parfaitement conducteur et de dimensions relativement importantes ($84 \times 60 \times 32 \text{ cm}^3$, pour un volume de travail de $140 \times 76 \times 56 \text{ cm}^3$) au centre de la chambre à environ 90 cm du sol (figure 4.48 page suivante). Les simulations ont été faites pour 72 positions du brasseur³, pour une durée T_{max} de 5 μs . De plus, le point P_3 du volume de travail étant situé à l'intérieur de l'objet, les statistiques ne sont faites que sur 8 points, soit 24 échantillons.

Il aurait été intéressant d'étudier l'influence de la présence de l'objet sur le décalage fréquentiel en basses fréquences, mais nous ne l'aborderons pas ici. Notons cependant que la première fréquence de résonance, entre 50 et 55 MHz pour le brasseur³ (figure 3.5(d) page 69) ne semble pas être affectée par la présence de l'objet. Par contre, à partir de 70 MHz, le décalage

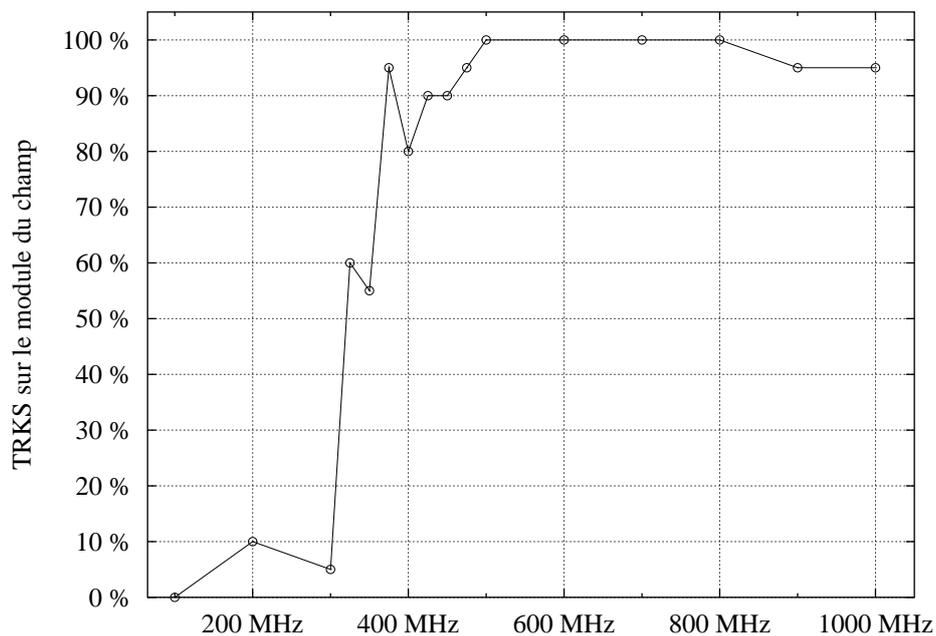


FIG. 4.47 – Évolution du TRKS sur le module du champ en fonction de la fréquence, $Q = 1000$

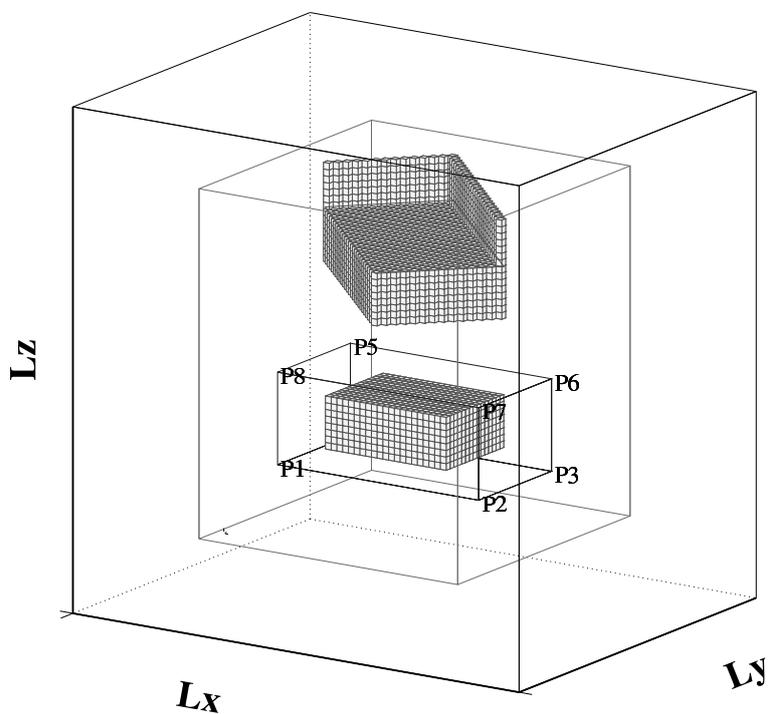


FIG. 4.48 – Objet métallique placé dans la chambre

fréquentiel dû à la présence de l'objet est de plusieurs MHz. On constate donc que la présence de l'objet provoquant un décalage vers les basses fréquences, comme le fait d'ailleurs la présence du brasseur, la densité de modes est susceptible d'être plus importante en hautes fréquences. Mais nous allons voir que cela ne va pas pour autant améliorer les résultats statistiques.

Pour cette étude statistique, nous procéderons comme cela a été fait précédemment, en utilisant les différents critères statistiques présentés au début de ce chapitre, et nous terminerons par une comparaison du TRKS sur le module entre la chambre sans l'objet et la chambre avec l'objet.

4.4.1 Résultats sur le rapport des puissances avec l'objet

La figure 4.49 représente le rapport des puissances, considéré sur les huit points du volume de travail et sur un tour de brasseur, pour 72 positions tous les 5°.

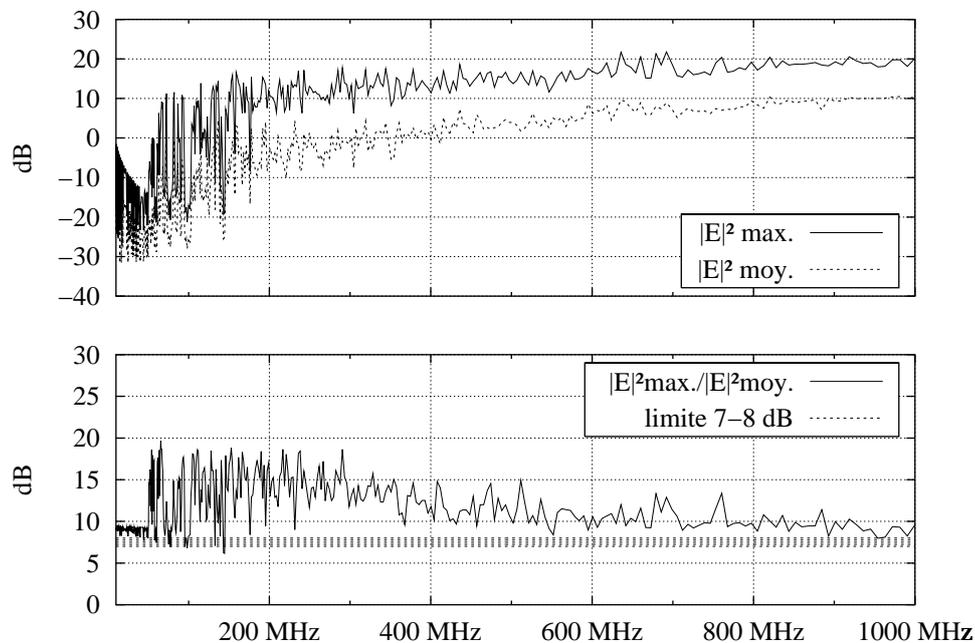


FIG. 4.49 – Rapport de puissances avec l'objet, sur le volume de travail

La comparaison avec le rapport des puissances sans l'objet (figure 4.2 page 92) indique que la présence de celui-ci modifie quelque peu ce rapport. En effet, la partie où le profil des puissances est très chahuté semble s'étendre jusqu'à 200 MHz environ contre 50 MHz dans le cas sans objet. En effet, la présence de l'objet créant des modes dont la longueur d'onde correspond aux distances laissées entre l'objet et les parois de la chambre, la répartition du champ est perturbée.

TAB. 4.14 – Propriétés statistiques du champ à 400 MHz, avec l'objet, pour 72 positions du brasseur

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
valeurs moyennes ($\langle E_i^{\max} \rangle$)	1,73	2,55	2,1
écarts-types (σ_i)	0,54	0,7	0,33
écarts-types ($\sigma_i(\text{dB})$)	2,35	2,11	1,28

valeur moyenne sur toutes les composantes ($\langle E_{x,y,z}^{\max} \rangle$) : 2,12

écart-type sur toutes les composantes ($\sigma_{x,y,z}$) : 0,62

écart-type global en dB : $\sigma_{(\text{dB})} = 2,23$

TAB. 4.15 – Propriétés statistiques du champ à 1 GHz, avec l'objet, pour 72 positions du brasseur

	$ E_x $	$ E_y $	$ E_z $
valeurs moyennes ($\langle E_i^{\max} \rangle$)	5,09	4,95	5,94
écarts-types (σ_i)	1,23	1,44	1,53
écarts-types ($\sigma_i(\text{dB})$)	1,88	2,22	1,99

valeur moyenne sur toutes les composantes ($\langle E_{x,y,z}^{\max} \rangle$) : 5,33

écart-type sur toutes les composantes ($\sigma_{x,y,z}$) : 1,42

écart-type global en dB : $\sigma_{(\text{dB})} = 2,05$

4.4.2 Résultats sur les écarts-types des valeurs de champ avec l'objet

D'après les tableaux 4.14 et 4.15 ci-dessus, comparés aux tableaux 4.1 et 4.2 pages 93-94 donnant les écarts-types des valeurs de champ en l'absence de l'objet, on constate que si l'écart-type global en dB à 400 MHz est équivalent dans les deux cas, il prend, à 1 GHz, une valeur sensiblement supérieure en présence de l'objet. Le champ est donc moins homogène dans ce cas. On notera que ces écarts-types sont tout de même inférieurs aux 3 dB requis par la norme IEC-61000-4-21.

4.4.3 Résultats sur la distribution des valeurs de champ avec l'objet

Nous ne présenterons ici que les résultats concernant le test de KS sur le champ complexe et son module.

Si l'on compare les résultats sur le champ complexe à 400 MHz et à 1 GHz par rapport au cas de la chambre sans l'objet (figures 4.3 et 4.4 pages 97-98), on constate que le TRKS est légèrement supérieur, de 5 à 10 %, avec l'objet. Mais celui-ci n'est évalué que sur huit points. Or si l'on refait les tests dans le cas de la chambre sans objet, mais sur huit points seulement au lieu de neuf, le TRKS n'est pas modifié. Cette amélioration du TRKS n'est donc pas due à la différence de nombre de points sur lequel on l'évalue. Ceci dit, une amélioration de 5 % ou de 10 % n'est pas très significative, puisque cela ne représente qu'une ou deux réponses positives de plus sur 24 au test de KS.

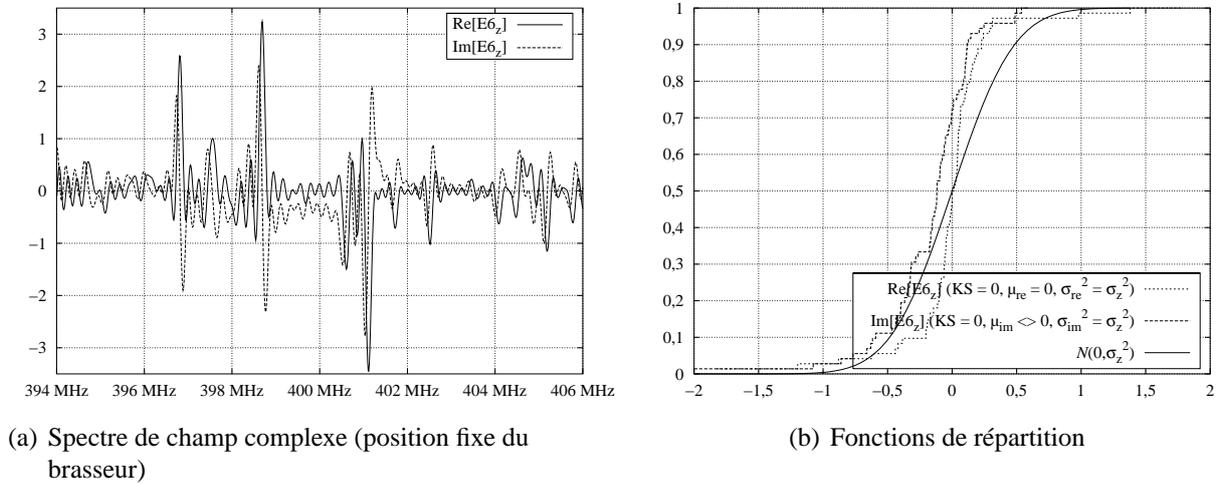


FIG. 4.50 – Spectre et distribution du champ complexe à 400 MHz, avec l'objet, pour 72 positions du brasseur (TRKS : 25 %)

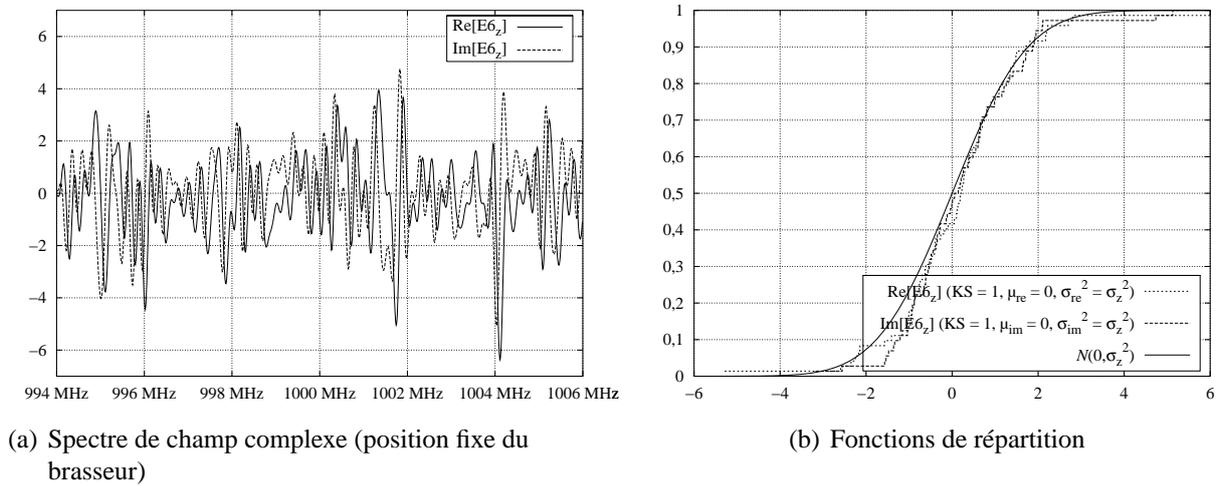


FIG. 4.51 – Spectre et distribution du champ complexe à 1 GHz, avec l'objet, pour 72 positions du brasseur (TRKS : 85 %)

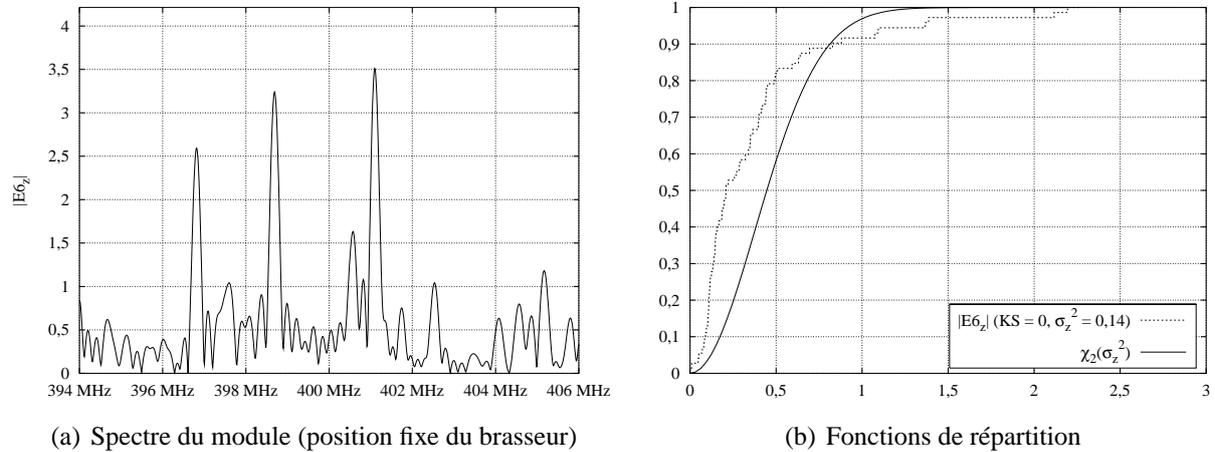


FIG. 4.52 – Spectre et distribution du module du champ à 400 MHz, avec l'objet, pour 72 positions du brasseur (TRKS : 0 %)

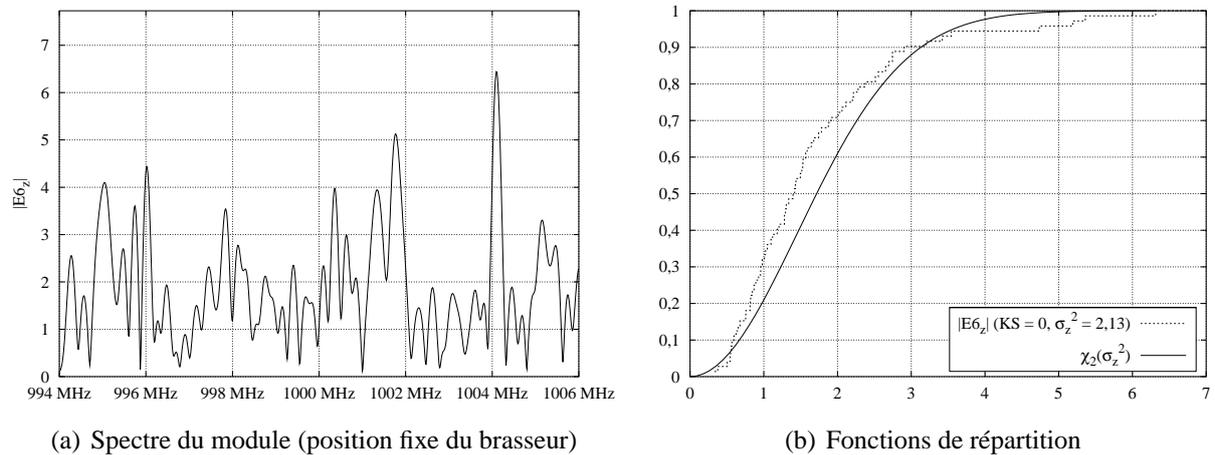


FIG. 4.53 – Spectre et distribution du module du champ à 1 GHz, avec l'objet, pour 72 positions du brasseur (TRKS : 70 %)

Par contre, lorsque l'on considère les résultats sur le module du champ, il se produit l'effet inverse : en l'absence de l'objet (figures 4.7(b) et 4.8(b) page 100), le TRKS est meilleur de 10 %. De plus, celui-ci augmente légèrement si, dans le cas de la chambre sans objet, on supprime le neuvième point et que l'on ne considère que les huit sommets du parallélépipède constituant le volume de travail. Il semble donc que la présence de l'objet dégrade le TRKS. Mais encore une fois, une différence de 10 % sur le TRKS ne représente que deux points sur 24.

Enfin, pour terminer cette étude, comparons les TRKS sur le module, dans le cas de la chambre sans objet et celui de la chambre avec l'objet sur la bande de fréquences 100 MHz-1 GHz.

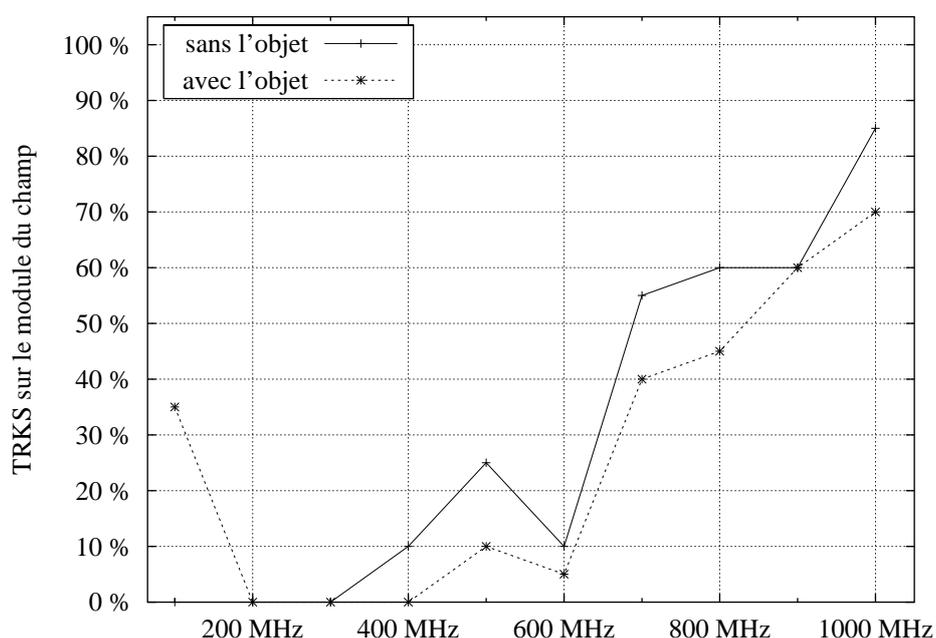


FIG. 4.54 – Comparaison de l'évolution du TRKS avec et sans objet

D'après la figure 4.54, le TRKS associé aux résultats avec l'objet est sensiblement inférieur à celui obtenu sans objet, de 15 % environ. Le volume de l'objet modélisé est sans doute à l'origine de cette dégradation. En effet, les points d'observation sont relativement proches de l'objet, entre une dizaine et une trentaine de centimètres, c'est-à-dire moins d'une longueur d'onde à 1 GHz. Celui-ci perturbe de manière importante le champ dans son environnement proche, notamment en ce qui concerne les composantes tangentielles, et empêche le brasseur de le rendre homogène.

Conclusion

Nous avons mené une étude statistique dans ce chapitre, basée sur différents critères. Ainsi, nous avons évalué, sur un tour de brasseur :

- le rapport de la puissance maximale sur la puissance moyenne, sur 500 fréquences environ,

de 10 MHz à 1 GHz, ce rapport devant être compris entre 7 et 8 dB lorsque le champ est statistiquement homogène ;

- les écarts-types des valeurs de champ, à 400 MHz et à 1 GHz ; ces écarts-types, estimés à partir de la moyenne des valeurs maximales des trois composantes de champ en chacun des points du volume du travail, doivent être inférieurs à 3 dB pour considérer le champ statistiquement homogène ;
- la distribution des valeurs de champ (complexe, phase ou module) que nous avons comparée aux lois théoriques à l'aide du test statistique de Kolmogorov-Smirnov.

Il ressort de cette étude trois grandes caractéristiques :

- la prise en compte des pertes dans la chambre est un paramètre primordial. En effet, celles-ci augmentent le recouvrement de modes en élargissant les raies de résonance. Le spectre devient ainsi uniforme en fréquence et le champ statistiquement homogène dans le volume de travail. Des pertes faibles impliquent des largeurs de raies fines, qui ne permettent pas de créer les conditions requises pour obtenir l'homogénéité du champ.
- le nombre de positions du brasseur est un autre paramètre important à prendre en considération. Le choix de ce nombre est délicat. Un nombre trop faible risque de ne pas donner une représentation statistique correcte du champ. Les pertes augmentant la largeur des raies, un nombre trop élevé peut amener à ce que les valeurs de champ ne soient plus décorréélées pour deux orientations du brasseur proches.
- enfin, nous avons vu que les critères étudiés permettent d'évaluer l'homogénéité du champ en fonction de la fréquence. Cependant, ils ne donnent pas la même réponse. Ainsi le critère sur les écarts-types des valeurs maximales de champ a toujours été vérifié, quelques soient les paramètres de la simulation pris en compte. Le critère le plus sévère semble être celui du taux de réussite du test de Kolmogorov-Smirnov (TRKS).

Remarquons enfin que nous avons évalué l'homogénéité du champ à l'aide du test de KS sur les trois composantes du champ en chaque point du volume de travail. Nous avons ensuite effectué une moyenne spatiale des réponses de ce test, appelée le taux de réussite au test de Kolmogorov-Smirnov. Si cette grandeur donne une idée de l'homogénéité du champ sur l'ensemble du volume de travail, elle ne nous renseigne pas sur son isotropie.

On pourrait penser évaluer cette isotropie en calculant le TRKS sur la norme du champ. En effet, d'après la théorie [23], le fait que les six lois associées aux trois composantes complexes E_x , E_y et E_z suivent une loi normale centrée de même variance σ^2 implique que la norme du champ $|E| = \sqrt{|E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2}$ suit une loi du χ à six degrés de liberté (et la norme au carré, une loi du χ^2 avec le même nombre de degrés de liberté). Cependant, les réponses au test de KS montrent qu'il n'y a pas équivalence entre les deux hypothèses. De plus, évalué uniquement sur neuf points, le TRKS sur la norme ne serait pas très significatif. Nous allons présenter dans le chapitre suivant une autre méthode pour évaluer cette isotropie.

Chapitre 5

Optimisation

Introduction

Nous avons présenté dans le chapitre précédent une étude statistique du fonctionnement de la chambre réverbérante. Nous avons notamment vu que certains paramètres entrant en compte dans la modélisation de la chambre étaient primordiaux. En particulier, le facteur de qualité Q , qui caractérise les pertes au sein de la chambre, en est un. Ce facteur permet d'estimer le recouvrement de modes nécessaire à l'obtention d'un champ statistiquement homogène et isotrope : plus il est élevé, plus les raies sont fines, et moins bon est le recouvrement. Le nombre de positions prises par le brasseur sur une rotation est un autre paramètre important. Celui-ci doit être suffisant pour que les valeurs de champ relevées soient représentatives de son évolution.

Un des problèmes actuels concernant les chambres réverbérantes est d'améliorer l'homogénéité du champ. Pour cela, on dispose de paramètres plus ou moins modifiables.

Nous avons vu que la densité de modes, à laquelle est directement reliée l'homogénéité du champ, est fonction de la fréquence. Cependant, les équipements que l'on teste fonctionnent généralement sur des bandes de fréquences relativement étroites, excluant ainsi toute excursion vers les hautes fréquences.

Le facteur de qualité Q n'est pas *a priori*, un paramètre que l'on peut modifier facilement, celui-ci faisant partie des propriétés intrinsèques de la chambre. On peut certes le diminuer, et augmenter ainsi le recouvrement, en plaçant des absorbants à l'intérieur de l'enceinte. Mais le volume de travail se trouve alors forcément réduit. De plus, un facteur de qualité Q faible nécessite d'injecter plus de puissance pour obtenir les mêmes niveaux de champ.

Nous avons vu aussi que la fréquence minimale utilisable (f_{LUF}) dépendait directement de la fréquence fondamentale f_0 de la chambre (critère « 4 à 6 f_0 »), qui dépend elle-même des dimensions de la chambre. La solution qui consiste à faire varier les dimensions de la chambre en fonction de la fréquence à laquelle on travaille n'est pas envisageable sur le plan pratique. Cependant, si l'on ne peut pas modifier ces dimensions, on peut toujours changer la forme ou les dimensions du brasseur pour que celui-ci perturbe davantage le champ électromagnétique.

Nous présenterons donc dans ce chapitre une approche simple de ce problème, en comparant les résultats statistiques relatifs aux différents brasseurs modélisés (figure 3.1 page 66). Nous

commencerons par considérer le rapport des puissances maximales sur les puissances moyennes (critère 1), sur un tour de brasseur. Nous nous intéresserons ensuite à un deuxième résultat, relatif au critère 2 sur les lois statistiques, sur la bande 100 MHz-1 GHz : nous présenterons, pour chaque brasseur, l'évolution en fonction de la fréquence du taux de réussite du test de Kolmogorov-Smirnov (TRKS) sur le module du champ. Le troisième résultat montrera l'évolution de la variance des valeurs de champ complexe en fonction de la fréquence. On rapprochera alors cette variance du paramètre σ^2 de la loi de Rayleigh en hautes fréquences.

Précisons enfin que les simulations ont été réalisées sur 72 positions de brasseur (de 0 à 355° par pas de 5°) pour le brasseur1 et le brasseur2. Nous n'avons alors considéré que 72 positions pour le brasseur3, afin de pouvoir établir des comparaisons. Pour le brasseur plan, celui-ci étant symétrique, les simulations n'ont été faites que sur 36 positions, de 0 à 175°. Enfin, nous avons pris $T_{max} = 5 \mu s$ et nous avons considéré les parois de la chambre parfaitement conductrices ($\sigma_F = \sigma_F^\infty$).

5.1 Rapports de puissances

La largeur de raie à -3 dB étant de 175 kHz pour la largeur de la fenêtre utilisée, les pertes numériques sont faibles.

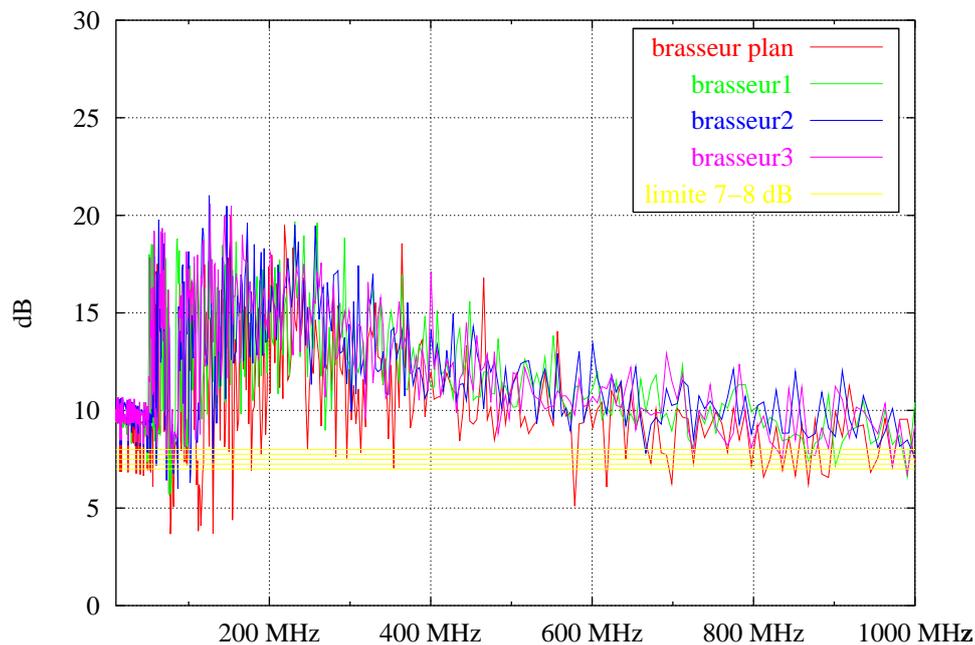


FIG. 5.1 – Rapport des puissances maximales sur les puissances moyennées, sur le volume de travail, pour les quatre brasseurs modélisés

La première constatation que l'on peut faire sur la figure 5.1 est que la valeur des 7/8 dB du critère 1 n'est atteinte par aucun des brasseurs. Ceci est sans doute dû à la faiblesse des pertes

numériques. De plus, on remarque que l'évolution de ce rapport en fonction de la fréquence est à peu près la même, quelque soit le brasseur considéré. Cependant, la figure montre que c'est pour le brasseur plan que l'on obtient la valeur la plus proche de 8 dB. La raison n'est pas due à sa forme mais plutôt au fait que l'on ne dispose que de 36 positions de brasseur. Dans ce cas, on ne récupère pas autant de valeurs de champ maximales que lorsque l'on considère 72 positions par exemple. Cela rejoint la constatation faite à la section 4.3.1 où l'on avait remarqué que passer de 72 positions à 240 augmentait le rapport de la puissance maximale sur la puissance moyenne.

La forme des brasseurs que nous avons modélisés ne semble donc pas être un critère déterminant lorsque l'on étudie le rapport des puissances maximales sur les puissances moyennes, en tout cas pour les formes modélisées ici.

Commençons par présenter les résultats relatifs au taux de réussite du test de Kolmogorov-Smirnov sur le module des valeurs de champ, en fonction de la fréquence.

5.2 Évolution du TRKS en fonction de la fréquence

Dans un premier temps, nous avons tenté d'étudier le TRKS en tenant compte des pertes dans la chambre, par l'intermédiaire du facteur de qualité Q fixé à 1000.

Cependant, avec une telle valeur de Q , le calcul de l'angle de corrélation en fonction de la fréquence indique que les valeurs de champ ne sont pas décorréelées pour des angles de 5° . Or nous ne disposons que de 72 positions pour le brasseur1 et le brasseur2 (et 36 pour le brasseur plan). Si les valeurs ne sont pas décorréelées pour 5° , on ne peut prendre que des positions de brasseur multiples de 5° (10° ou 15°), soit 36 ou 24 positions, ce qui nous semble insuffisant pour obtenir une réponse significative du test de KS. Il aurait fallu avoir des résultats de simulations sur plus de positions différentes du brasseur. Les résultats relatifs au brasseur3, pour lequel nous disposons de 240 positions, montrent en effet que les valeurs sont décorréelées pour des positions tous les 6° ou 8° , en fonction de la fréquence. Au-delà de 800 MHz, les valeurs de champ obtenues avec le brasseur1 et le brasseur2 ne sont toujours pas décorréelées pour des angles tous les 5° .

L'intérêt de prendre en compte les pertes aurait été de comparer les valeurs du TRKS dans la zone de transition, entre 200 et 400 MHz, où le TRKS passe de 10 à 80 % (figure 4.47 page 133) avec le brasseur3.

Nous n'avons donc pas pu exploiter les résultats de simulations des trois autres brasseurs pour $Q = 1000$. Nous nous sommes donc intéressés aux résultats ne tenant compte que des pertes numériques faibles, pour une durée T_{max} de 5 μ s. Dans ce cas, la faible largeur des raies à -3 dB permet d'avoir des valeurs de champ décorréelées pour des positions de brasseur tous les 5° .

Comme nous l'avons vu pour le rapport des puissances, la figure 5.2 page suivante montre que les courbes, représentant l'évolution du TRKS pour chaque brasseur, sont assez similaires. Cependant, nous pouvons faire les remarques suivantes. La courbe correspondant au brasseur plan étant située en-dessous des autres courbes, c'est avec ce brasseur que l'on obtient le TRKS le plus faible. Remarquons que pour pouvoir comparer les résultats liés à ce brasseur aux trois autres brasseurs, nous avons dupliqué les 36 valeurs de chaque échantillon correspondant aux 36 positions du brasseur, pour en donner 72. Cela permet d'utiliser le test de KS sur le même nombre de valeurs que pour les autres brasseurs, sans que la distribution des valeurs de champ ne

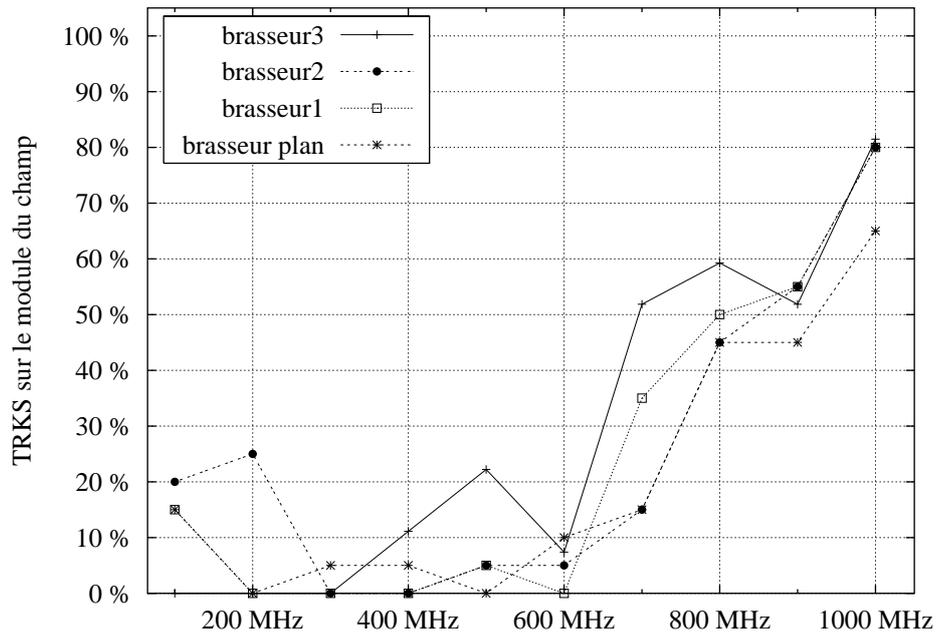


FIG. 5.2 – Évolution du TRKS sur le module du champ pour les quatre brasseurs modélisés

soit modifiée. On remarque aussi que la courbe du brasseur3 est située légèrement au-dessus des autres. Celui-ci est en effet asymétrique, contrairement aux autres brasseurs. Il perturbe donc plus le champ sur un tour de brasseur, puisque l'on ne retrouve pas les mêmes conditions aux limites à 180° d'écart. Enfin, on note que la dispersion des valeurs du TRKS en fonction des brasseurs diminue avec la fréquence. Les valeurs s'étalent sur un intervalle de 10 à 30 % jusqu'à 700 MHz, et diminuent jusqu'à se rejoindre à 1 GHz, à part pour le brasseur plan. Cela montre clairement la propriété suivante. Bien que les brasseurs perturbent différemment le champ en basses fréquences, ce que l'on avait entrevu dans le chapitre 3 sur l'étude modale (figures 3.6 page 72 et 3.12 page 77), leurs différences s'estompent en hautes fréquences. Le fait que la zone de transition, au-delà de laquelle le TRKS devient supérieur à 50 %, soit comprise entre 600 et 800 MHz est dû à la faiblesse des pertes.

Cependant, le TRKS sur le module ne donne comme information que la proportion des distributions des valeurs de champ qui suivent une loi de Rayleigh. Il ne donne pas par exemple la répartition de ces distributions sur l'ensemble des points d'observation du champ.

Une étude comparative des quatre brasseurs a déjà été menée sur ce sujet, à une fréquence fixée à 1 GHz [47]. Nous proposons d'évaluer l'isotropie et l'homogénéité du champ en fonction de la fréquence, à l'aide de la variance des valeurs de champ relevées sur le volume de travail.

5.3 Évolution de la variance en fonction de la fréquence

Nous avons vu dans le chapitre 4 sur les études statistiques que le champ est homogène et isotrope lorsque la densité de modes est importante, c'est-à-dire en hautes fréquences. Pour évaluer cette homogénéité et cette isotropie, un moyen simple est de calculer l'écart-type des variances des valeurs de champ relevées sur un tour de brasseur, en chacun des points du volume de travail sur les trois composantes. Ces écarts-types, normalisés par rapport à la moyenne totale des variances pour une fréquence donnée, seront élevés en basses fréquences, le champ n'étant pas homogène et isotrope. Par contre, ils seront faibles en hautes fréquences, les variances en chacun des points du volume de travail étant proches. L'évolution des écarts-types, associés à chaque brasseur, est illustrée sur la figure 5.3 en fonction de la fréquence.

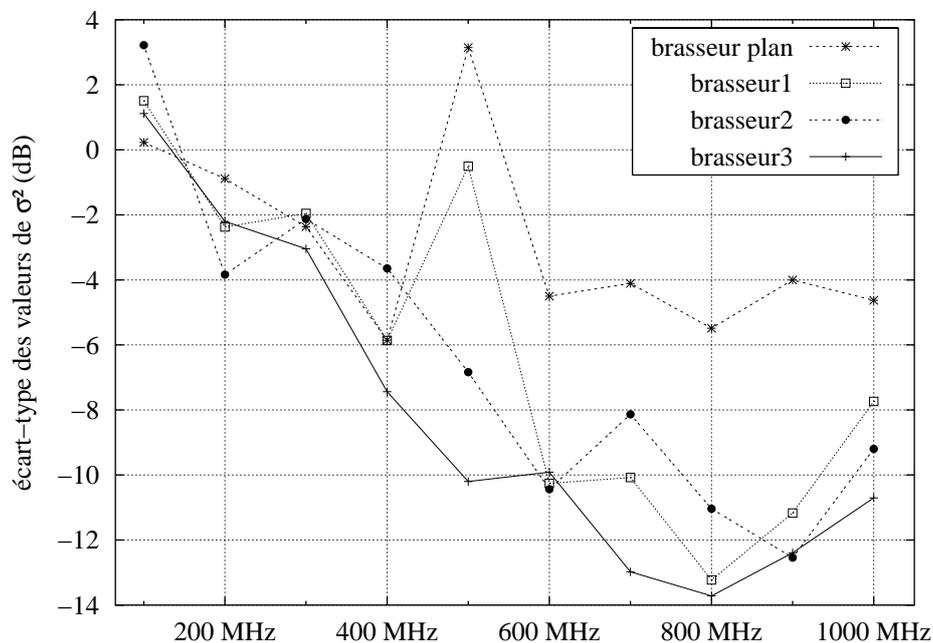


FIG. 5.3 – Évolution de l'écart-type des variances pour les quatre brasseurs modélisés

La courbe associée au brasseur plan est nettement au-dessus des autres. Cela confirme les résultats de la figure 5.1, où l'on constate que le rapport de puissances obtenu avec ce brasseur subi des fluctuations importantes. En effet, ce brasseur ne perturbe pas suffisamment la composante E_z du champ. Ainsi, à 1 GHz, où le champ est censé être homogène et son module, suivre une loi de Rayleigh, on n'obtient que 2 réponses positives au test de KS sur la composante E_z , alors que l'on en obtient 8 sur 9 sur les composantes E_x et E_y . Cette composante n'étant pas brassée, la distribution des valeurs de champ ne suit pas les lois prédites par la théorie [9]. De plus, cet écart-type varie très peu en fonction de la fréquence, comparativement à ceux obtenus avec les autres brasseurs¹. L'homogénéisation du champ obtenue avec ce brasseur semble donc limitée

1. La forte valeur de l'écart-type à 500 MHz pour le brasseur plan et le brasseur1 est due à une variance très

en hautes fréquences.

Lorsque l'on analyse les résultats liés au brasseur3, on constate que l'écart-type est bien plus faible que dans le cas du brasseur plan. En effet, le brasseur3 possédant des surfaces verticales importantes, il perturbe bien plus les composantes du champ, notamment la composante E_z . Ceci est confirmé par le test de KS à 1 GHz. Par exemple, sur le module, on obtient 7 réponses positives sur 9 sur E_x et sur E_y et 8 réponses positives sur E_z .

Le brasseur3 est donc le brasseur le plus efficace dans le sens où le champ obtenu par brassage est statistiquement plus isotrope que celui obtenu avec les autres brasseurs.

Remarquons que nous aurions pu évaluer cette isotropie à l'aide de l'écart-type sur une autre grandeur statistique que la variance, comme la moyenne par exemple. Les résultats, qui ne sont pas présentés ici, montrent que l'on obtient le même comportement pour les différents brasseurs. Cependant, il nous a paru plus intéressant de le faire sur la variance car en hautes fréquences, elle correspond à l'unique paramètre σ^2 intervenant dans les lois statistiques. Un écart-type faible des valeurs de σ^2 indique clairement dans ce cas que les lois sont proches, c'est-à-dire que le champ est à la fois statistiquement homogène et isotrope.

Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une première approche de l'optimisation du fonctionnement de la chambre réverbérante, essentiellement axée sur la forme du brasseur.

Les brasseurs que nous avons modélisés sont nécessairement de forme simple, dû au maillage FDTD utilisé : un premier brasseur, le plus simple, est plan, les trois autres possèdent des faces verticales d'une trentaine de centimètres de hauteur, l'un sur sa largeur, l'autre sur sa longueur, et le dernier (brasseur3), qui est un mélange des deux précédents, est le plus complexe.

Malgré ces différences, ces brasseurs, à part celui qui est plan bien sûr, se ressemblent tous. Aucun n'a de face oblique par exemple, et la partie plane les constituant, dans un plan horizontal situé à 2,20 m du sol, est la même ($1,50 \times 0,75 \text{ m}^2$). Aucun n'a donc des dimensions très différentes.

Il en découle que ces brasseurs ont la même aptitude à brasser le champ en hautes fréquences, avec une légère amélioration pour le brasseur3.

Ainsi les résultats sont-ils identiques lorsque l'on considère le critère lié au rapport des puissances maximales sur les puissances moyennes. Nous pensons que le paramètre qui est plus déterminant ici est le facteur de qualité Q . Lorsque celui-ci n'est pas trop élevé, le recouvrement de modes est important, améliorant ainsi l'homogénéité du champ, considérée sur un tour de brasseur. Or ce critère sur la puissance n'a pas pu être étudié avec le facteur de qualité. Les résultats que nous avons présentés ici ne tiennent pas compte des pertes, à part les pertes numériques liées à la nature finie du signal temporel issu des simulations FDTD.

Un critère estimé à partir d'un test statistique comme le test de Kolmogorov-Smirnov nous semble plus pertinent pour cette étude. Cependant, vu les similitudes entre les brasseurs, les différences ne sont pas flagrantes.

élevée de la composante E_y du point P_9 , point central du volume de travail.

Nous avons montré aussi que l'évaluation d'une grandeur statistique comme la variance, qui est le seul paramètre intervenant dans les lois théoriques, était intéressante pour évaluer l'isotropie du champ sur un tour de brasseur.

Nous avons donc vu que les résultats qui ont été présentés étaient semblables parce que les formes de brasseurs modélisés étaient peu différentes. Or nous sommes limités par la taille des cellules, de 4 cm de côté pour les résultats qui viennent d'être présentés. Un brasseur de forme aussi complexe que celle du brasseur du CERPEM paraît difficilement envisageable sur de telles cellules, à moins d'implémenter un maillage non uniforme suffisamment fin autour du brasseur.

Une alternative intéressante nous paraît être, non pas de modéliser un brasseur de forme complexe, mais d'utiliser plusieurs brasseurs de forme simple, comme celle du brasseur3 par exemple, en rotation autour d'axes horizontaux. Corona *et al.* [7, 8] montrent en effet que l'action de plusieurs brasseurs simples est équivalente à un seul brasseur de forme complexe.

On a en effet pu constater, dans la section basses fréquences de l'étude modale du chapitre 3, qu'un mode comme le TM_{110} était très peu sensible à l'action des différents brasseurs. Ceci est dû à son indépendance par rapport à la variable d'espace z , ce mode étant à géométrie « verticale ». L'action d'un brasseur d'axe horizontal produirait sans doute le même résultat que celui produit par les brasseurs modélisés ici sur les modes TE, à géométrie « horizontale ».

Il faudrait donc gérer deux paramètres de plus, le nombre d'orientations de ce deuxième brasseur, et sa vitesse de rotation relative à celle du premier brasseur. Prendre des vitesses de rotation différentes permettrait d'améliorer l'homogénéité du champ [16]. Il serait alors très intéressant d'étudier l'influence de ces deux brasseurs, aussi bien sur le décalage fréquentiel en basses fréquences, que sur les résultats statistiques en hautes fréquences.

Conclusion générale

La chambre réverbérante à brassage de modes est un moyen d'essais qui tend à se répandre de plus en plus, dans le monde industriel notamment. L'apparition de différentes normes liées à ce moyen d'essais, aussi bien dans le milieu automobile que dans le milieu aéronautique, l'atteste. Le fonctionnement de la chambre réverbérante commence à être bien connu et maîtrisé maintenant, depuis quelques années, mais il reste complexe à étudier. Aussi les effets dus à la modification de certains paramètres sont-ils difficiles à appréhender expérimentalement. D'où la nécessité de procéder à des simulations prenant en compte ces paramètres, aisément modifiables à moindre coût.

Le travail de cette thèse a donc consisté à écrire un code numérique permettant de simuler le fonctionnement d'une chambre réverbérante à l'aide de la méthode des différences finies dans le domaine temporel, et à écrire les outils nécessaires pour pouvoir traiter et étudier les résultats de simulations de la chambre ainsi modélisée.

Une partie importante de ce travail a été consacrée à l'analyse des différents types d'erreurs numériques intervenant dans la méthode utilisée. Ces erreurs sont essentiellement dues à la dispersion numérique, liée à la discrétisation des équations de Maxwell par le schéma de Yee. Cette dispersion numérique a pour effet de décaler les fréquences de résonance vers les basses fréquences, et ce d'autant plus que ces fréquences sont élevées. La conséquence est que la densité de modes est sensiblement modifiée en hautes fréquences, par rapport à la densité de modes théorique. Cette notion étant fondamentale pour les études statistiques, une fréquence maximale d'utilisation de la méthode a été fixée, en-dessous de laquelle on peut considérer que les densités de modes numériques et théoriques concordent. Cette fréquence est comprise entre 1 GHz et 1,5 GHz pour une chambre d'un volume de 23,6 m³, modélisée à l'aide d'un maillage composé de cellules de 4 cm de côté.

La première application de ce travail concerne l'influence de l'orientation du brasseur sur les premières fréquences de résonance de la chambre, inférieures à 100 MHz. Cette étude nous a permis de constater que cette influence dépendait du type de mode étudié. Ainsi, les modes propres d'une cavité vide, c'est-à-dire ceux de la chambre sans brasseur, pouvant se classer en trois catégories, les modes purement TE, les modes purement TM et les modes TE/TM, on obtient trois types de comportement différents en présence du brasseur, chaque mode étant caractérisé par sa cartographie de champ :

- les modes TE_{0np} et TE_{m0p} , indépendants d'une variable d'espace, subissent un décalage fréquentiel important, qui est de plusieurs MHz pour les modes TE_{011} et TE_{101} ;
- les modes TM_{mm0} sont aussi indépendants d'une variable d'espace, mais cette variable

étant la variable z associée à l'axe vertical Oz , ils sont très peu influencés par la présence du brasseur, qui est contenu dans un plan horizontal dans notre cas ; la présence de faces verticales sur le brasseur est susceptible de décaler ces fréquences, mais ce décalage reste inférieur à 2 MHz pour les brasseurs modélisés ;

- les modes TE/TM_{mnp} ont une structure géométrique plus complexe que les modes précédents ; la présence du brasseur, en levant la dégénérescence de ces modes, crée pour chaque mode TE/TM deux modes qui évoluent séparément en fonction de l'orientation du brasseur ; l'écart fréquentiel maximal de ces modes, pour $m = n = p = 1$, est compris entre 1 et 3 MHz.

On a notamment montré que les bandes de fréquences couvertes par chaque mode, en particulier pour les modes TE, pouvaient être plus ou moins séparées, en fonction du brasseur utilisé. Ainsi, le brasseur1 laisse un vide de 10 MHz entre les deux modes évoluant sur la bande de fréquences de 45 à 75 MHz, alors que pour le brasseur2, cet écart est quasiment nul. De plus, la comparaison des résultats de simulations avec les résultats de mesures de puissances dans cette gamme de fréquences a montré que l'effet du brasseur du CERPEM était pratiquement identique à celui des brasseurs modélisés, les écarts fréquentiels étant du même ordre de grandeur.

Cette étude n'a pu être menée très au-delà de la centaine de MHz, le suivi des modes au cours d'une rotation devenant difficile vers 120 MHz. Cependant, les modes qui ont été présentés ici, pour lesquels aucun des indices mnp ne dépasse 1, sont caractéristiques de l'influence du brasseur en basses fréquences. Pour des indices supérieurs, l'étude n'a pas pu être poussée au-delà de 2-3, le décalage fréquentiel est moins important, mais la classification qui a été faite reste valable. Il découle de cette constatation que l'influence du brasseur sur le décalage fréquentiel diminue avec la fréquence. On peut alors chercher à estimer l'ordre de grandeur de ce décalage à des fréquences plus hautes, à 400 MHz par exemple. En basses fréquences, la structure spatiale des modes est simple, surtout lorsque les indices mnp sont égaux à 1. Il est alors relativement facile de reconnaître un mode d'après sa cartographie de champ, même en présence du brasseur. À 400 MHz, la structure des modes étant beaucoup plus complexe, les indices mnp pouvant monter jusqu'à 8, la perturbation créée par le brasseur rend la reconnaissance des modes beaucoup plus difficile. Le suivi d'un mode sur une rotation du brasseur ne semble donc plus possible. Une méthode déterministe n'est plus appropriée dans ce cas. Une approche statistique devient alors nécessaire.

Différents critères – critère des « 60 modes », critère de la fréquence minimale d'utilisation comprise entre 4 et 6 fois la fréquence fondamentale f_0 de la chambre – indiquent que, sous la condition d'une densité de modes suffisante, le champ peut être considéré comme statistiquement homogène et isotrope sur un tour de brasseur. Ces critères montrent notamment que cette homogénéité devrait être obtenue à partir de 400 MHz environ pour la chambre du CERPEM. Cette étude statistique s'est donc appuyée sur plusieurs critères, permettant de vérifier si l'homogénéité est effectivement obtenue à partir de cette fréquence, validant ainsi la modélisation de la chambre.

Le premier est un critère lié au rapport des puissances maximales sur les puissances moyennées, ce rapport devant être de 7 à 8 dB. Le deuxième critère évalue l'homogénéité du champ à partir de l'écart-type des valeurs maximales de champ relevées sur le volume de travail. On

considère alors que le champ est homogène lorsque cet écart-type est inférieur à 3 dB. Enfin, le dernier critère s'appuie sur la comparaison de la distribution des valeurs de champ avec les lois théoriques qu'elles sont censées suivre. Ainsi :

- la partie réelle et la partie imaginaire du champ complexe doivent suivre une loi normale centrée de variance σ^2 ;
- le module du champ complexe doit suivre une loi du χ à deux degrés de liberté, ou loi de Rayleigh, de paramètre σ^2 ;
- le module au carré du champ complexe doit suivre une loi du χ^2 à deux degrés de liberté, ou loi exponentielle, de paramètre σ^2 .

Nous avons effectué ces comparaisons à l'aide d'un test statistique, le test de Kolmogorov-Smirnov (KS), basé sur la comparaison des fonctions de répartition empiriques et théoriques. Ce test, dont la réponse est égale à 1 lorsque la loi empirique suit, avec une certaine probabilité, la loi théorique, et égale à 0 dans le cas contraire, a porté sur les trois composantes du champ électrique mesurées sur les neuf points du volume de travail. Pour synthétiser ces réponses, nous avons utilisé une grandeur appelée le taux de réussite au test de Kolmogorov-Smirnov (TRKS), qui représente le pourcentage de réponses positives au test de KS sur le nombre total de tests. On obtient ainsi une estimation de l'homogénéité du champ sur le volume de travail.

Initialement, les simulations ont été faites sur 72 positions de brasseur, en considérant les parois de chambre parfaitement conductrices. Cependant, la nature nécessairement finie des résultats de simulations temporels introduit une largeur de raie, dépendant de la durée d'observation de la simulation, qui peut être assimilée, en première approximation, à des pertes, qualifiées de numériques.

Dans ce cas, les réponses aux tests de KS montrent que le champ ne peut pas être considéré à 400 MHz comme homogène sur le volume de travail, que ce soit sur le champ complexe ou sur son module, puisque le TRKS est compris entre 10 et 15 %. Par contre, le TRKS étant de 80 % à 1 GHz, à la fois sur le champ complexe et sur son module, le champ est sensiblement plus homogène sur ce volume. Cependant, si le résultat à 1 GHz est satisfaisant, il ne l'est pas à 400 MHz. Cela tient essentiellement à la largeur des raies due aux pertes numériques. En effet, la largeur des raies étant dans ce cas de 175 kHz, ces pertes numériques sont extrêmement faibles. De plus, la forme des raies de résonance induite par ces pertes ne correspond pas à celle que l'on observe en mesures. La nécessité de prendre en compte les pertes dans la chambre de façon plus rigoureuse s'est donc imposée.

Une méthode qui nous semble intéressante pour tenir compte de ces pertes est la méthode des pertes modélisées, faisant appel à la notion de facteur de qualité Q de la chambre, basée sur un post-traitement des résultats de simulations de la chambre sans perte. Un des intérêts de cette méthode est de pouvoir prendre en compte n'importe quel type de pertes, au moyen d'un facteur de qualité composite. Cependant, l'utilisation de cette méthode est soumise à une condition, portant à la fois sur le nombre d'itérations de la simulation, la fréquence d'étude et le facteur de qualité choisi. Ainsi, la modélisation d'un facteur de qualité de 1000 à 400 MHz requiert un peu moins de 52 000 itérations. En en prenant 65 500, le temps de simulation correspondant est de 2 heures 30. La modélisation d'un facteur de qualité de 10 000 à la même fréquence nécessiterait plus de 520 000 itérations, soit plus de 20 heures de calculs pour une simulation, c'est-à-dire une

position de brasseur. Pour la même valeur du facteur de qualité mais à 1 GHz, le temps de calculs est divisé par deux.

Avec un facteur de qualité égal à 1000, on obtient un TRKS sur le module du champ de 80 % à 400 MHz. Ce résultat semble donc en accord avec le critère « $6 f_0$ ». Ceci dit, les études statistiques ont aussi montré l'importance du nombre de positions de brasseur à prendre en compte. Un nombre faible de positions de brasseur ne peut pas donner un comportement représentatif du champ, celui-ci pouvant passer par une valeur extrême entre deux positions de brasseur trop éloignées. D'un autre côté, le nombre de positions de brasseur est aussi limité par le temps de calculs pour chaque position. Cependant, les études ont montré qu'il était nécessaire d'avoir un maximum de positions différentes, quitte à n'en choisir que certaines par la suite, la condition essentielle étant que les valeurs de champ relevées pour chaque position de brasseur soient décorréliées entre elles. Le problème est que le nombre de positions peut alors être considérablement réduit. Le TRKS à 400 MHz avec un facteur de qualité de 1000 n'ayant été évalué que sur 40 valeurs, ce résultat est à prendre avec précaution. Une solution pour obtenir un grand nombre de valeurs décorréliées serait alors de considérer la présence d'un second brasseur.

L'influence d'un objet métallique parfaitement conducteur sur les résultats statistiques a aussi été évaluée. Ces résultats montrent que la présence de cet objet dégradent le TRKS. En effet, celui-ci étant de dimensions relativement importantes, il perturbe fortement la répartition du champ dans son voisinage proche où sont relevées les valeurs.

Enfin, en vue d'optimiser la forme du brasseur, une première comparaison entre les différents brasseurs modélisés a été faite, sur la bande 100 MHz-1 GHz. Cette comparaison est basée d'une part, sur les valeurs du TRKS et d'autre part, sur l'isotropie du champ évaluée à partir de l'écart-type de la variance des valeurs de champ complexe. Naturellement, le brasseur₃, asymétrique et possédant des faces verticales importantes, apparaît comme le brasseur le plus efficace. En effet, celui-ci donne les TRKS les plus élevés, et les écarts-types sur la variance les plus faibles.

Il ressort de cette étude que les critères statistiques sur lesquels nous nous sommes basés ne renvoient pas tous la même réponse en fonction de la fréquence. Ainsi le critère sur l'écart-type des valeurs de champ maximales, qui doit être inférieur à 3 dB, est-il toujours vérifié à 400 MHz, quelque soient les paramètres pris en compte dans les simulations. Cet écart-type ne devient en fait supérieur à 3 dB que pour des fréquences inférieures à 300 MHz. Le test de KS est, quant à lui, beaucoup plus sévère et dépend fortement de la taille de l'échantillon.

Cependant, les brasseurs qui ont été modélisés ici ne sont constitués que de plans horizontaux ou verticaux. Ils sont donc de forme très simple. Ceci est dû à la discrétisation du volume de la chambre en cellules parallélépipédiques rectangulaires. Il découle de cette constatation que d'une part, le brasseur n'est pas correctement discrétisé au cours de sa rotation, et que d'autre part, une forme de brasseur avec des pales obliques ne peut pas être prise en compte. On pourrait considérer un maillage épousant parfaitement la forme du brasseur pour chacune de ses positions à l'aide de cellules non orthogonales, le reste du volume étant constitué de cellules orthogonales [57]. Une autre solution serait de prendre en compte des contours d'intégration suivants exactement la surface du brasseur sur un maillage orthogonal [28]. L'intérêt de ces méthodes, par rapport à des méthodes utilisant un maillage globalement non orthogonal qui nécessitent des ressources importantes [17, 34], est que le calcul des équations n'est modifié qu'à proximité du brasseur : dans le premier cas, il faut procéder à une interpolation des valeurs de champs entre les

deux maillages où ils se recouvrent ; dans le second cas, il suffit de modifier le calcul de l'équation de Maxwell-Faraday lorsque l'une des composantes du champ électrique est tangente à la surface. Cependant, ces méthodes sont évidemment lourdes à implémenter, la première prenant en compte plus de cas de figures (typiquement, les coins du brasseur dans certaines positions ne sont pas correctement gérés par la deuxième méthode), mais au détriment d'un surcroît de complexité [51].

Le second problème de la FDTD lié à la discrétisation des équations de Maxwell est l'erreur commise sur la vitesse de phase due à la dispersion numérique. Nous avons vu dans le chapitre 2 (§ 2.3.2 page 33) qu'une des solutions consistait à utiliser des schémas d'ordre plus élevé que celui de Yee. Il existe notamment des schémas d'ordre 2 en temps et d'ordre 4 en espace [15, 32]. Deux autres méthodes, bien qu'à bande étroite, nous semblent particulièrement intéressantes. Partant du principe que la vitesse de phase est différente selon l'angle de propagation, la première méthode introduit une anisotropie artificielle en imposant une permittivité ϵ_x , ϵ_y et ϵ_z différente sur chaque composante. Les résultats de simulation montrent que l'erreur obtenue est alors équivalente à celle d'un maillage composé de cellules deux fois plus petites [27]. Enfin, la seconde méthode, appelée « FDTD non standard » est basée sur la résolution de l'équation des ondes en introduisant un Laplacien isotrope du second ordre. Comparée à la FDTD classique, non seulement l'erreur est réduite d'un facteur 10^{-4} [6], mais la valeur maximale du critère de stabilité du schéma est aussi plus élevée, ce qui permet de prendre un pas de temps plus grand [29].

Nous avons vu qu'il y avait au moins deux paramètres importants entrant en jeu dans les simulations : la notion de pertes, caractérisée par le facteur de qualité Q et le nombre de positions du brasseur. Un troisième paramètre, qui est à notre avis tout aussi important, est l'excitation du champ. Celle-ci a été modélisée de façon très simplifiée dans ce travail, puisque nous l'avons prise ponctuelle et équivalente à une impulsion égale à 1 sur les trois composantes du champ à l'instant $t = 0$. Il faudrait alors envisager d'étudier l'influence de la position de cette excitation dans la chambre ainsi que celle d'une source non ponctuelle, étude qui n'a pas pu être présentée ici, l'objectif final étant de modéliser une antenne. Plusieurs travaux de recherches montrent que la FDTD n'est pas la méthode adéquate pour modéliser des objets tels que les antennes. Le premier problème est dû au diamètre de l'antenne relativement fin par rapport à la taille des cellules. Un maillage non uniforme avec un rapport entre les dimensions des plus grandes cellules sur les plus petites relativement élevé ne convient pas, en particulier à cause du fait que le pas de temps discrétisé doit correspondre aux cellules les plus petites. Le phénomène de dispersion numérique dans les plus grandes cellules serait alors très important. On pourrait aussi penser à une méthode de sous-maillage [3, 4]. Dans ce cas, le pas de temps associé aux cellules maillant le volume de la chambre est conservé et l'antenne peut être modélisée avec des cellules beaucoup plus petites (d'un ordre de grandeur environ) et un pas de temps adapté. Cependant, cette approche ne résout pas le deuxième problème qui concerne l'orientation de l'antenne. En effet, la FDTD ne peut prendre en compte que des antennes dont la direction est parallèle soit à une arête de cellule soit à sa diagonale, ce qui limite leur direction et leur géométrie. La solution consisterait à utiliser une méthode intégrale comme la méthode des moments calculant le courant circulant dans l'antenne. Une hybridation de la méthode des moments dans le domaine temporel (MoMTD) avec la méthode FDTD permettrait alors de déterminer le champ rayonné par l'antenne [33] et de récupérer la puissance sur l'antenne de réception. Les niveaux de puissances obtenus en simulations

pourraient alors être comparés à ceux recueillis en mesures.

On conçoit bien que toutes ces méthodes augmentent sensiblement les temps de calculs, par rapport au cas de la chambre avec des parois parfaitement conductrices par exemple, puisque il y aura plus d'équations et de conditions aux limites à prendre en compte. La parallélisation du code sur des machines multiprocesseurs devra alors être envisagée. Remarquons que le code que nous avons créé est en quelque sorte déjà parallélisé, puisque pour simuler un tour de brasseur, on simule en fait un quart de tour sur quatre machines en même temps. Ceci a été rendu possible grâce à la durée relativement courte d'une simulation pour simuler une position de brasseur (2 heures 30 pour 343 000 cellules de 4 cm de côté).

La méthode des SIBC pour implémenter les pertes dans la chambre mériterait aussi d'être étudiée, notamment pour modéliser des objets sous test de natures diverses, ce que ne permet pas la méthode des pertes modélisées. De plus, le signal temporel étant naturellement tronqué dans ce cas, on pourrait envisager d'utiliser une hybridation entre les réseaux de neurones et les filtres numériques afin d'optimiser les temps de calculs. En effet, le schéma de Yee peut être vu comme l'expression d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie de coefficients à déterminer à partir des résultats de la simulation FDTD, à l'aide de la méthode de Prony par exemple, particulièrement bien adaptée aux signaux à décroissance exponentielle. Une fois les coefficients de ce filtre connus, la simulation par FDTD est abandonnée, au profit du calcul de la réponse du filtre. Les résultats de cette méthode, utilisée pour un faible nombre d'orientations du brasseur, sont alors traités par un réseau de neurones permettant de déterminer la réponse temporelle du champ électromagnétique pour un plus grand nombre d'orientations du brasseur. On pourrait aussi utiliser directement cette méthode dans le domaine fréquentiel pour évaluer l'évolution des fréquences de résonance de la chambre, représentées par les pôles du filtre numérique, en fonction d'un paramètre qui serait l'orientation du brasseur [14].

Le travail présenté dans ce rapport a permis de mettre au point une méthode pour étudier les propriétés du champ électromagnétique à l'intérieur d'une chambre réverbérante. Cette méthode se base sur un ensemble de résultats déterministes obtenus à l'aide de la FDTD, résultats dont on extrait les paramètres statistiques, pour des fréquences de quelques centaines de MHz. La méthode présentée ici, bien que demandant des temps de calculs importants, permet d'appréhender le fonctionnement d'une chambre réverbérante de façon rigoureuse.

Annexe A

Résolution des équations de Maxwell dans une cavité parallélépipédique rectangulaire vide

Pour résoudre les équations de Maxwell dans une cavité, on cherche une solution du type onde stationnaire, satisfaisant à l'équation de propagation

$$\square \vec{E} = \vec{0}, \quad (\text{A.1})$$

et aux conditions aux limites de Dirichlet pour une cavité de dimensions L_x, L_y, L_z , dont les parois sont considérées parfaitement conductrices :

$$\begin{cases} E_y = E_z = 0 \text{ en } x = 0 \text{ et } x = L_x, \\ E_x = E_z = 0 \text{ en } y = 0 \text{ et } y = L_y, \\ E_x = E_y = 0 \text{ en } z = 0 \text{ et } z = L_z \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

L'équation (A.1) projetée sur les trois coordonnées $i = x, y, z$ donne

$$\Delta E_i - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E_i = \sum_{j=x,y,z} \frac{\partial^2}{\partial j^2} E_i - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E_i = 0. \quad (\text{A.3})$$

En utilisant la méthode de séparation des variables, soit

$$E_i(x, y, z, t) = f_i(x) g_i(y) h_i(z) e^{i\omega t},$$

on obtient, en remplaçant dans l'équation (A.3) l'expression de E_i ci-dessus

$$f_i''(x) g_i(y) h_i(z) + f_i(x) g_i''(y) h_i(z) + f_i(x) g_i(y) h_i''(z) - \frac{\omega^2}{c^2} f_i(x) g_i(y) h_i(z) = 0, \quad (\text{A.4})$$

soit

$$\frac{f_i''(x)}{f_i(x)} + \frac{g_i''(y)}{g_i(y)} + \frac{h_i''(z)}{h_i(z)} - \frac{\omega^2}{c^2} = 0, \quad (\text{A.5})$$

soit

$$\frac{f_i''(x)}{f_i(x)} = \alpha_i^2, \quad \frac{g_i''(y)}{g_i(y)} = \beta_i^2, \quad \frac{h_i''(z)}{h_i(z)} = \gamma_i^2, \quad \text{avec } \alpha_i^2 + \beta_i^2 + \gamma_i^2 = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (\text{A.6})$$

On en déduit l'expression de $f_i(x)$, $g_i(y)$, $h_i(z)$:

$$\begin{cases} f_i(x) = A_i \cos(\alpha_i x) + A_i' \sin(\alpha_i x) \\ g_i(y) = B_i \cos(\beta_i y) + B_i' \sin(\beta_i y) \\ h_i(z) = C_i \cos(\gamma_i z) + C_i' \sin(\gamma_i z) \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

On détermine alors les coefficients α_i , β_i , γ_i , A_i , B_i , C_i , A_i' , B_i' et C_i' en fonctions des conditions aux limites (équation (A.2)). Les coefficients non nuls sont discrets et dépendent de trois indices m , n , p . En définitive, on obtient pour le champ \vec{E}

$$\begin{cases} E_x^{mnp}(x,y,z,t) = A_x B_x' C_x' \cos\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) e^{(2i\pi f_{mnp}t + \varphi_{E_x})} \\ E_y^{mnp}(x,y,z,t) = A_y' B_y C_y' \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) e^{(2i\pi f_{mnp}t + \varphi_{E_y})} \\ E_z^{mnp}(x,y,z,t) = A_z' B_z' C_z \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) e^{(2i\pi f_{mnp}t + \varphi_{E_z})} \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Le calcul de l'expression du champ \vec{H} est le même, et on trouve

$$\begin{cases} H_x^{mnp}(x,y,z,t) \propto \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) e^{(2i\pi f_{mnp}t + \varphi_{H_x})} \\ H_y^{mnp}(x,y,z,t) \propto \cos\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) e^{(2i\pi f_{mnp}t + \varphi_{H_y})} \\ H_z^{mnp}(x,y,z,t) \propto \cos\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) e^{(2i\pi f_{mnp}t + \varphi_{H_z})} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

On trouvera dans [36] une description plus détaillée de ces formules, notamment une notation complexe. La notation utilisée ici est justifiée par le fait que les cartographies de champ étudiées (chapters 2 et 3) ne présentent que le module du champ, la forme complexe n'apportant pas d'information supplémentaire.

Pour déterminer la fréquence de résonance f_{mnp} , il suffit d'appliquer, par exemple, le d'Alembertien au champ \vec{E} :

$$\square \vec{E} = \vec{0} \implies \left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L_z}\right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (\text{A.10})$$

soit

$$f_{mnp} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{p}{L_z}\right)^2}. \quad (\text{A.11})$$

Seules certaines fréquences, correspondant aux indices m , n , p non simultanément nuls, peuvent se maintenir dans la cavité. Les dimensions de la cavité étant fixées, les fréquences f_{mnp} sont ainsi quantifiées.

Une propriété très importante qui découle directement de l'expression de la fréquence de résonance d'un mode propre est la densité de modes par MHz. Pour déterminer cette densité, nous allons d'abord évaluer le nombre de modes dont la fréquence est inférieure à une fréquence f fixée, exprimée en MHz.

L'équation (A.11) élevée au carré

$$\left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{p}{L_z}\right)^2 = 4 \frac{f^2}{c^2} \quad (\text{A.12})$$

peut être considérée comme l'équation d'un ellipsoïde d'axes $\left(\frac{2L_x f}{c}, \frac{2L_y f}{c}, \frac{2L_z f}{c}\right)$. Le volume d'un tel ellipsoïde est alors donné par

$$\frac{4\pi}{3} \frac{2L_x f}{c} \frac{2L_y f}{c} \frac{2L_z f}{c} = \frac{4\pi}{3} L_x L_y L_z \frac{8f^3}{c^3}. \quad (\text{A.13})$$

Ce volume peut être pris comme étant une estimation du nombre de modes, d'autant meilleure que les dimensions de la cavité seront grandes devant la longueur d'onde.

Mais d'une part, les valeurs négatives de m , n et p étant prises en compte dans le calcul du volume, il faut considérer uniquement le huitième de ce volume, afin de ne garder que les valeurs positives ou nulles. D'autre part, il faut aussi prendre en compte la dégénérescence d'ordre 2 des modes TE/TM prédominants en hautes fréquences. Le nombre de modes de fréquence inférieure à une fréquence f est donc donné par (formule de Weyl) :

$$\mathcal{N} = \frac{8\pi}{3} \frac{L_x L_y L_z}{c^3} f^3. \quad (\text{A.14})$$

On en déduit finalement la densité de modes recherchée :

$$\frac{d\mathcal{N}}{df} = 8\pi \frac{L_x L_y L_z}{c^3} f^2. \quad (\text{A.15})$$

La conséquence est que la densité de modes croît avec le carré de la fréquence. Elle sera donc très importante en hautes fréquences.

Enfin, notons que les équations (A.14) et (A.15) sont des formules approchées des équations données dans [36]. Celles-ci donnent une meilleure approximation en basses fréquences, mais les formules utilisées ici sont suffisantes dans notre cas.

Annexe B

Fréquence de coupure du maillage FDTD

La relation de dispersion numérique [52], qui découle directement des propriétés de la FDTD

$$\frac{1}{c^2 d_t^2} \sin^2(\pi f_{mnp} d_t) = \frac{1}{d_x^2} \sin^2\left(\frac{k_x d_x}{2}\right) + \frac{1}{d_y^2} \sin^2\left(\frac{k_y d_y}{2}\right) + \frac{1}{d_z^2} \sin^2\left(\frac{k_z d_z}{2}\right) \quad (\text{B.1})$$

avec

$$k_x = \frac{m\pi}{L_x}, k_y = \frac{n\pi}{L_y}, k_z = \frac{p\pi}{L_z},$$

ne permet pas, dans le cas général, de calculer analytiquement la fréquence de coupure du maillage.

Nous allons montrer que l'on peut tout de même la déterminer, à l'aide d'un raisonnement simple, lié au théorème de Shannon. Nous allons en fait montrer que les fréquences obtenues par la méthode FDTD ne sont pas exploitables au-dessus d'une certaine fréquence f_{max} , bien inférieure à la fréquence de coupure f_{CM} du maillage.

Pour simplifier, considérons d'abord le cas d'un maillage uniforme.

D'après les équations (A.8) et (A.9), un mode mnp oscille spatialement m fois le long de l'axe Ox , n fois selon Oy et p fois selon Oz .

Pour détecter une variation sinusoïdale du champ, il faut au minimum trois points, soit deux cellules. Ce qui implique que pour observer m (resp. n et p) oscillations sur Ox (resp. Oy et Oz), la longueur d'onde correspondante doit au moins être supérieure à deux fois la dimension de la cellule dans la direction de propagation. Cette condition est bien analogue au critère de Shannon. La fréquence maximale respectant cette condition est donc obtenue pour $m = dim_x/2$, $n = dim_y/2$ et $p = dim_z/2$, soit :

$$f_{max} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{dim_x}{2L_x}\right)^2 + \left(\frac{dim_y}{2L_y}\right)^2 + \left(\frac{dim_z}{2L_z}\right)^2}, \quad (\text{B.2})$$

où dim_x , dim_y , et dim_z représentent le nombre de cellules sur les trois axes Ox , Oy et Oz , L_x , L_y , L_z , les dimensions de la chambre et c , la célérité des ondes.

Au-delà de cette fréquence, le mode est sous-échantillonné spatialement. Il n'a donc plus de signification physique car il n'a plus la dépendance spatiale imposée par les équations (A.8) et (A.9). Plus la fréquence sera élevée, plus il sera déformé, et moins il se propagera.

Le cas extrême correspond au cas où la longueur d'onde est égale à la dimension de la cellule. Dans ce cas, le mode ne se propage plus du tout. La fréquence du coupure f_{CM} du maillage est alors atteinte :

$$f_{CM} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{dim_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{dim_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{dim_z}{L_z}\right)^2}. \quad (\text{B.3})$$

Le maillage étant uniforme, le rapport dim_i/L_i est égal à la longueur de la cellule sur l'axe O_i , soit

$$f_{CM} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{d_x}\right)^2 + \left(\frac{1}{d_y}\right)^2 + \left(\frac{1}{d_z}\right)^2}. \quad (\text{B.4})$$

Le pas de temps d_t étant donné par l'équation (2.21) et la fréquence d'échantillonnage f_e étant égale à l'inverse de d_t , on obtient :

$$f_e = \frac{1}{d_t} = c \sqrt{\frac{1}{d_x^2} + \frac{1}{d_y^2} + \frac{1}{d_z^2}} = 2f_{CM}. \quad (\text{B.5})$$

Considérons maintenant le cas plus général d'un maillage non uniforme, ce cas correspondant au maillage utilisé pour modéliser la rotation du brasseur de modes dans la chambre.

Les équations (B.2) et (B.3) restent valables en première approximation, pour peu que les dimensions des cellules soient sensiblement les mêmes, mais c'est l'interprétation de l'équation (B.4) qui est modifiée.

En effet, les cellules ayant dans ce cas des dimensions différentes, le rapport dim_i/L_i correspond cette fois à la taille moyenne des cellules. De plus, le pas de temps d_t étant choisi par rapport aux cellules de dimensions les plus petites, on obtient :

$$f_{CM} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\langle d_x \rangle}\right)^2 + \left(\frac{1}{\langle d_y \rangle}\right)^2 + \left(\frac{1}{\langle d_z \rangle}\right)^2}, \quad (\text{B.6})$$

soit

$$f_{CM} < \frac{f_e}{2} = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{1}{d_{x\min}^2} + \frac{1}{d_{y\min}^2} + \frac{1}{d_{z\min}^2}}. \quad (\text{B.7})$$

La fréquence de coupure d'un maillage non uniforme est donc inférieure à la fréquence de coupure d'un maillage uniforme constitué de cellules de taille équivalente.

Bibliographie

- [1] Didier ARQUÈS : *Cours d'informatique graphique*. Institut Gaspard Monge, Université de Marne la Vallée, 1996. 19
- [2] John H. BEGGS, Raymond J. LUEBBERS, Kane S. YEE et Karl S. KUNZ : Finite-Difference Time-Domain Implementation of Surface Impedance Boundary Conditions. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 40, p. 49-55, janvier 1992. 48
- [3] Matthieu BONILLA : *Contribution à l'étude des méthodes d'analyse électromagnétique temporelle des dispositifs micro-ondes et non linéaires*. Thèse de Doctorat en Électronique, Université de Paris 6, mars 2002. 18, 151
- [4] Stéphane CHAILLOU : *Le sous-maillage dans la FDTD. Application à la dosimétrie des radiotéléphones*. Thèse de Doctorat en Électronique, Université de Paris 6, septembre 1999. 18, 151
- [5] Dennis H. CHOI et Jasmin E. ROY : The Dispersion Characteristics of the FDTD Method. *IEEE Antennas and Propagation Symposium*, Red Lion Inn San Jose, Californie, USA, juin 1989. 34
- [6] James B. COLE : A High-Accuracy Realization of the Yee Algorithm Using Non-Standard Finite Differences. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, p. 991-996, juin 1997. 151
- [7] Paolo CORONA, Giuseppe FERRARA et Maurizio MIGLIACCIO : Reverberating Chambers as Sources of Stochastic Electromagnetic Fields. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 38, p. 348-356, août 1996. 146
- [8] Paolo CORONA, Giuseppe FERRARA et Maurizio MIGLIACCIO : A Spectral Approach for the Determination of the Reverberating Chamber Quality Factor. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 40, p. 145-153, mai 1998. 146
- [9] Paolo CORONA, Giuseppe FERRARA et Maurizio MIGLIACCIO : Reverberating Chamber Electromagnetic Field in a Presence of an Unstirred Component. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 42, p. 111-115, mai 2000. 144
- [10] Myron L. CRAWFORD et Galen H. KOEPKE : Design, Evaluation, and Use of a Reverberation Chamber for Performing Electromagnetic Susceptibility/Vulnerability Measurements. Technical Note 1092, U.S. Department of Commerce / National Bureau of Standards, avril 1986. 6

- [11] Lizette DE VRIES-VENTER et Duncan C. BAKER : EMC: Radiated Immunity Testing - An Overview of the Reverberation Chamber. *Communications and Signal Processing. COM-SIG '98*, Afrique du Sud, septembre 1998. 2
- [12] John M. DUNN : Local, High-Frequency Analysis of the Fields in a Mode-Stirred Chamber. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 32, p. 53-58, février 1990. 58
- [13] Fred GARDIOL : *Hyperfréquences*. Presses Polytechniques Romandes, 1987. 64, 71
- [14] Azeddine GATI : *Méthodes de paramétrisation en vue de la modélisation et de l'optimisation électromagnétique des structures microondes. Application aux méthodes des éléments finis et des différences finies*. Thèse de Doctorat en Électronique, Université de Paris 6, octobre 2000. 152
- [15] Mohammed F. HADI et Melinda PICKET-MAY : A Modified FDTD (2,4) Scheme for Modeling Electrically Large Structures with High-Phase Accuracy. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 45, p. 254-264, février 1997. 151
- [16] Katsushige HARIMA et Yukio YAMANAKA : FDTD Analysis on the Effect of Stirrers in a Reverberation Chamber. *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Tokyo, Japon, mai 1999. 146
- [17] Paul H. HARMS, Jin-Fa LEE et Raj MITTRA : A Study of the Nonorthogonal FDTD Method Versus the Conventional FDTD Technique for Computing Resonant Frequencies of Cylindrical Cavities. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. 40, p. 741-746, avril 1992. 150
- [18] David A. HILL, Mark T. MA, Arthur R. ONDREJKA, Bill F. RIDDLE, Myron L. CRAWFORD et Robert T. JOHNS : Aperture Excitation of Electrically Large, Lossy Cavities. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 36, p. 169-177, août 1994. 33, 52, 127
- [19] David A. HILL : Electronic Mode Stirring for Reverberation Chambers. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 36, p. 294-299, novembre 1994. 5
- [20] David A. HILL, Dennis G. CAMELL, Kenneth H. CAVCEY et Galen H. KOEPKE : Radiated Emissions and Immunity of Microstrip Transmission Lines: Theory and Reverberation Chamber Measurements. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 38, p. 165-172, mai 1996. 1, 7
- [21] David A. HILL : A Reflection Coefficient Derivation for the Q of a Reverberation Chamber. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 38, p. 591-592, novembre 1996. 58
- [22] David A. HILL : Plane Wave Integral Representation for Fields in Reverberation Chambers. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 40, p. 209-217, août 1998. 94
- [23] David A. HILL : Electromagnetic Theory of Reverberation Chambers. Technical Note 1506, U.S. Department of Commerce / National Institute of Standards and Technology, décembre 1998. 115, 139
- [24] Frédéric HOËPPE : *Analyse du comportement électromagnétique des chambres réverbérantes à brassage de modes par l'utilisation de simulations numériques*. Thèse de Doctorat en Électronique, Laboratoire de RadioPropagation et Électronique, Université des Sciences et Technologies de Lille, décembre 2001. 64, 117

- [25] Richard HOLLAND et Richard ST. JOHN : *Statistical Electromagnetics*. Taylor & Francis, 1999. [94](#)
- [26] International Electrotechnical Commission : *Electromagnetic Compatibility (EMC) - Part 4: Testing and Measurement Techniques - Section 21: Reverberation Chamber Test Methods*, 2001. [87](#), [89](#), [90](#), [103](#), [121](#)
- [27] Jaakko S. JUNTUNEN et Theodoros D. TSIBOUKIS : Reduction of Numerical Dispersion in FDTD Method Through Artificial Anisotropy. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, p. 582-588, avril 2000. [151](#)
- [28] Thomas G. JURGENS et Allen TAFLOVE : Three-Dimensional Contour FDTD Modeling of Scattering from Single and Multiple Bodies. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 41, p. 1703-1708, décembre 1993. [150](#)
- [29] T. KASHIWA, H. KUDO, Y. SENDO, T. OHTANI et Y. KANAI : The Phase Velocity Error and Stability Condition of the Three-Dimensional Nonstandard FDTD Method. *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 38, p. 661-664, mars 2002. [151](#)
- [30] Joseph G. KOSTAS et Bill BOVERIE : Statistical Model for a Mode-Stirred Chamber. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 33, p. 366-370, novembre 1991. [94](#), [112](#), [127](#)
- [31] Nicolas LAMBLAIN : *Étude du brassage électronique de modes en chambre réverbérante appliqué aux mesures d'immunité électromagnétique*. Thèse de Doctorat en Électronique, Laboratoire de RadioPropagation et Électronique, Université des Sciences et Technologies de Lille, novembre 1996. [1](#), [5](#), [90](#), [127](#)
- [32] Kang LAN, Yaowu LIU et Weigan LIN : A Higher Order (2,4) Scheme for Reducing Dispersion in FDTD Algorithm. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 41, p. 160-165, mai 1999. [151](#)
- [33] David LAUTRU : *Modélisation d'antennes filaires dans un maillage aux différences finies à l'aide d'une hybridation avec la méthode des moments dans le domaine temporel. Application à la dosimétrie des stations de base*. Thèse de Doctorat en Électronique, Université de Paris 6, octobre 2000. [151](#)
- [34] Jin-Fa LEE, Robert PALANDECH et Raj MITTRA : Modeling Three-Dimensional Discontinuities in Waveguides Using Nonorthogonal FDTD Algorithm. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. 40, p. 346-352, février 1992. [150](#)
- [35] Frank B. J. LEFERINK et Wim C. VAN ETTEN : [Generating an EMC Test Field Using a Vibrating Intrinsic Reverberation Chamber](#). *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Zurich, Suisse, février 2001. [5](#)
- [36] Bing-Hope LIU, David C. CHANG et Mark T. MA : Eigenmodes and the Composite Quality Factor of a Reverberating Chamber. Technical Note 1066, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, août 1983. [25](#), [55](#), [64](#), [75](#), [154](#), [155](#)
- [37] Olof LUNDÉN et Mats BÄCKSTRÖM : Stirrer Efficiency in FOA Reverberation Chambers. Evaluation of Correlation Coefficients and χ^2 Tests. *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Washington, D. C., USA, août 2000. [103](#)

- [38] James G. MALONEY et Glenn S. SMITH: The Use of Surface Impedance Concepts in the Finite-Difference Time-Domain Method. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 40, p. 38-48, janvier 1992. [48](#)
- [39] Atindra K. MITRA et Thomas F. TROST: Power Transfert Characteristics of a Microwave Reverberation Chamber. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 38, p. 197-200, mai 1996. [52](#), [127](#)
- [40] Atindra K. MITRA et Thomas F. TROST: Statistical Simulations and Measurements Inside a Microwave Reverberation Chamber. *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Austin, Texas, USA, août 1997. [89](#), [90](#), [115](#), [121](#)
- [41] Peter MONK et Endre SÜLI: Error Estimates for Yee's Method on Non-uniform Grids. *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 30, p. 3200-3203, septembre 1994. [43](#)
- [42] Kyung Suk OH et Jose E. SCHUTT-AINE: An Efficient Implementation of Surface Impedance Boundary Conditions for the Finite-Difference Time-Domain Method. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 43, p. 660-666, juillet 1995. [48](#)
- [43] Gérard ORJUBIN: Conditions de brassage d'une chambre réverbérante par détermination du spectre de raies et modélisations des pertes. Rapport de stage de DEA, Laboratoire Systèmes de Communications, Université de Marne la Vallée, 2002. [52](#)
- [44] Athanasios PAPOULIS: *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, Inc., 1991. [96](#), [129](#)
- [45] Frédéric PETIT, Philippe BESNIER, Stéphanie MENGUÉ, Élodie RICHALOT et Odile PICON: Étude des fréquences de résonance basses dans une chambre réverbérante à l'aide de la méthode FDTD. *Journées Nationales Microondes*, Poitiers, France, mai 2001. [65](#)
- [46] Frédéric PETIT, Philippe BESNIER, Stéphanie MENGUÉ, Élodie RICHALOT et Odile PICON: Study of the low resonance frequency in a mode-stirred chamber using FDTD. *TEAM Workshop and Application Forum, International Compumag Society*, Évian, France, juillet 2001. [65](#)
- [47] Frédéric PETIT, Stéphanie MENGUÉ, Élodie RICHALOT et Odile PICON: Étude statistique d'une chambre réverbérante pour différentes formes de brasseurs de modes, à partir de simulations FDTD. *Colloque International sur la Compatibilité Électromagnétique*, Grenoble, France, mars 2002. [143](#)
- [48] William H. PRESS, Saul A. TEUKOLSKY, William T. VETTERLING et Brian P. FLANNERY: *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 1992. [96](#)
- [49] Laurence SCOTT: Mode-Stir Measurement Techniques for EMC - Theory & Operation. *IEE Colloquium on Antenna Measurements*, 1998. [2](#)
- [50] Kurt L. SHLAGER, James G. MALONEY, Scott L. RAY et Andrew F. PETERSON: Relative Accuracy of Several Finite-Difference Time-Domain Methods in Two and Three Dimensions. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 41, p. 1732-1737, décembre 1993. [39](#)
- [51] Mark W. STEEDS, Shira L. BROCHAT et John B. SCHNEIDER: A Comparison of Two Conformal Methods for FDTD Modeling. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 38, p. 181-187, mai 1996. [151](#)

- [52] Allen TAFLOVE : *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House Publishers, 1995. [34](#), [35](#), [37](#), [40](#), [156](#)
- [53] Chi WANG, Ben-Qing GAO et Ci-Ping DANG : Accurate Study of Q -Factor of Resonator by a Finite-Difference Time-Domain Method. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, p. 1524-1529, juillet 1995. [48](#)
- [54] Doris I. WU et David C. CHANG : The Effect of an Electrically Large Stirrer in a Mode-Stirred Chamber. *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 31, p. 164-169, mai 1989. [67](#)
- [55] Kane S. YEE : Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 14, p. 302-307, mai 1966. [15](#)
- [56] Kane S. YEE, Kurt SHLAGER et Albert H. CHANG : An Algorithm to Implement a Surface Impedance Boundary Condition for FDTD. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 40, p. 833-837, juillet 1992. [48](#)
- [57] Kane S. YEE, Jei Shuan CHEN et Albert H. CHANG : Conformal Finite-Difference Time-Domain (FDTD) with Overlapping Grids. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 40, p. 1068-1075, septembre 1992. [150](#)